INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA BAHIA
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ESTUDO ANALÍTICO DA RETA: Contribuições ancoradas nos Registros de Representações Semióticas

ERIC OLIVEIRA SANTOS

EUNÁPOLIS-BA
2022

ERIC OLIVEIRA SANTOS

UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ESTUDO ANALÍTICO DA RETA: Contribuições ancoradas nos Registros de Representações Semióticas

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Licenciatura Plena em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia, *Campus* – Eunápolis, sob orientação do Prof. Dr. Celso Eduardo Brito, para obtenção de título de Licenciatura em Matemática.

EUNÁPOLIS-BA
2022

S237u Santos. Eric Oliveira

Utilização do software GeoGebra no estudo analítico da reta: Contribuições ancoradas nos Registros de Representações Semióticas / Eric Oliveira Santos ; orientado por Celso Eduardo Brito. - - Eunápolis : IFBA, 2022.

65 p.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Licenciatura Plena em Matemática do Instituto Federal da Bahia como requisito para obtenção do grau de Licenciado.

1. Tecnologias digitais. 2. TRRS. 3. GeoGebra. 4. Equação reduzida da reta I. Brito, Celso Eduardo, orient. II. Título.

510.7

Catalogação na fonte

Bibliotecária Responsável: Nilcéia Aparecida Conceição Santos Campos – CRB5 1378

ERIC OLIVEIRA SANTOS

UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ESTUDO ANALÍTICO DA RETA: Contribuições ancoradas nos Registros de Representações Semióticas

Trabalho e conclusão de curso apresentado ao curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal da Bahia Campus Eunápolis, como parte da exigência para obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

MEMBROS COMPONENTES DA BANCA EXAMINADORA:

____

Orientador : Prof. Dr. Celso Eduardo Brito Afiliações

____

Membro Titular: Prof. Dr. Fabíolo Moraes Amaral e Prof. Ma. Flaviana Oliveira

____

Membro Titular: Prof. Ma. Flaviana Oliveira

Dedico este trabalho a minha família e a todos aqueles que de alguma forma foram corresponsáveis nessa Construção.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pela vida e força.

Meus pais, pelo incentivo constante, confiança e compreensão.

Ao meu orientador Celso Eduardo Britto, que contribuiu durante o meu trabalho de conclusão de curso, bem como durante a minha formação, através das suas diversas metodologias em sala de aula, conselhos e incentivos.

Agradeço a todos os meus colegas de curso, que estiveram comigo em momentos cruciais, de alegria e tristeza, pelo companheirismo e toda atenção que sempre tiveram.

A esta Instituição de ensino, e todo seu corpo docente, direção e administração, que ofereceram as devidas condições para os múltiplos aprendizados adquiridos ao longo de todo o meu processo formativo.

A todos que de uma certa forma, seja direta ou indiretamente, contribuíram para minha formação, o meu muito obrigado.

RESUMO

Diante das possibilidades sobre a utilização de tecnologias digitais, visando contribuir com os processos de ensino e da aprendizagem, devemos levar em consideração a necessidade de refletir quanto às práticas pedagógicas desenvolvidas pelo professor em sala de aula. Sendo assim, objetivamos verificar as contribuições da utilização das tecnologias digitais no ensino de Matemática sob o olhar da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, utilizando o *Software GeoGebra* para modelagem computacional do objeto do saber equação reduzida da reta. A presente pesquisa se encontra fundamentada na Teoria dos Registros de Representações Semióticas – TRRS, de Raymond Duval, na qual observamos as possibilidades de conversão, formação e tratamento frente ao objeto do saber pesquisado. O percurso metodológico englobou um desenvolvimento de oficina numa turma de quarto ano do ensino médio técnico integrado, do curso de Edificações no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia – IFBA, *campus* Eunápolis. Embora tendo encontrado entraves durante a aplicação da oficina e perante a tecnologia utilizada pelos discentes, os resultados apontaram que a utilização do *software GeoGebra* contribuiu para a compreensão dos conceitos matemáticos ligados ao objeto da pesquisa equação reduzida da reta. A articulação dos registros de representações semióticas atrelados à aplicação do dispositivo desenvolvido no *software GeoGebra*, constituiu para um avanço significativo em relação a redução das dificuldades diante das atividades cognitivas apresentadas pelos estudantes.

Palavras-chaves: Tecnologias digitais, TRRS, *GeoGebra*, Equação Reduzida da Reta.

ABSTRACT

Faced with the possibilities of using digital technologies, aiming to contribute to the teaching and learning processes, we must take into account the need to reflect on the pedagogical practices developed by the teacher in the classroom. Therefore, we aim to verify the contributions of the use of digital technologies in the teaching of Mathematics from the perspective of the Register Theory of Semiotic Representation, using the GeoGebra Software for computational modeling of the object of knowledge reduced equation of the line. The present research is based on the Theory of Registers of Semiotic Representations - TRRS, by Raymond Duval, in which we observe the possibilities of conversion, formation and treatment in face of the object of the researched knowledge. The methodological course included a workshop development in a fourth year class of integrated technical high school, of the Buildings course at the Federal Institute of Education, Science and Technology of Bahia - IFBA, Eunápolis campus. Despite having encountered obstacles during the application of the workshop and in view of the technology used by the students, the results showed that the use of the GeoGebra software contributed to the understanding of the mathematical concepts related to the object of research reduced equation of the line. The articulation of records of semiotic representations linked to the application of the device developed in the GeoGebra software, constituted a significant advance in relation to the reduction of difficulties in the cognitive activities presented by the students.

Keywords: Digital technologies, TRRS, GeoGebra, Reduced Equation of the Line.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Diante das possibilidades sobre a utilização de tecnologias digitais, visando contribuir para os processos de ensino e aprendizagem, devemos levar em consideração a necessidade de refletir quanto à prática pedagógica desenvolvida pelo professor em sala de aula. É evidente que o ensino da Matemática é um desafio tanto para professores quanto para estudantes. Muitas vezes é encarada como uma disciplina difícil por parte desses estudantes, porém há quem consiga enxergar a matemática como um jogo,ou seja, algo que possa ser manipulado.

Um fator que está diretamente ligado a esta problemática é o uso da metodologia adotada por grande parte dos docentes, onde o aluno não é o protagonista nos processos de ensino e aprendizagem, assumindo uma postura passiva dentro desses processos. Fato este, que é sustentado por Buriasco e Soares (2003), onde eles ressaltam que “o ensino da Matemática, na escola, ainda é incompreensível para muitos estudantes, pois se limita à transmissão de regras e procedimentos padrões, sem preocupar-se com o entendimento e a compreensão do educando” (BURIASCO E SOARES apud ANDRADE, 2008, p. 13).

Somado a isso, grande parte dos alunos têm dificuldades em assimilar os conteúdos em sala de aula, pois a Matemática é um conjunto de conhecimentos abstratos e seu objeto de estudo é acessado através de construções mentais, as quais apropriam-se de simbologias para invocar/evocar seu objeto de estudos. Segundo a Teoria de Representações semiótica de Raymond Duval (1995), tais simbologias são denominadas signos. Um sistema semiótico dotado de signos é denominado registro de representação, que por sua vez permite exteriorizar um objeto de estudo construído mentalemnte através de suas representações, sendo elas algébricas, gráficas, numéricas entre outras.

A TRRS busca entender como o ser humano entende as coisas e estuda a comunicação entre as representações. Dessa forma, a semiótica mostra como se dá a percepção dos alunos, bem como as dificuldades em dominar um determinado conhecimento, uma vez que, um mesmo objeto pode ser representado em vários registros distintos. Raymond Duval destaca que, "as dificuldades dos alunos para compreender Matemática surgem por conta da diversidade e complexidade dessas transformações." (MORETTI, 2012, p. 01).

Por conseguinte, podemos refletir acerca das metodologias adotadas pelos professores e as ferramentas que podem contribuir de forma significativa no desenvolvimento das mesmas. Com relação às possíveis ferramentas que podem facilitar o processo de ensino e aprendizagem, temos os recursos tecnológicos, que trazem grandes contribuições nesse processo. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL), “a tecnologia deve servir para enriquecer o ambiente educacional, propiciando a construção de conhecimentos por meio de uma atuação ativa, crítica e criativa por parte de alunos e professores" (BRASIL, 1998, p. 140).

A invocação no método de ensino, neste caso a utilização de recursos tecnológicos, é de extrema importância não só como forma de contribuição para aquisição de um determinado conhecimento, mas como forma de interação entre aluno-aluno e aluno-professor. Neste viés, Mello (2016) destaca que.

> Se o professor tiver uma boa formação referente ao uso da tecnologia no processo de ensino e de aprendizagem, além de um espaço físico adequado para a utilização da mesma, está sem dúvida irá contribuir de maneira significativa na inovação das aulas de Matemática. Neste caso, permitindo ao aluno melhor compreensão e significação dos conceitos e aplicações, favorecendo também o desenvolvimento de importantes competências, estimulando uma visão mais ampla da Matemática. (MELLO, 2016, p. 02).

Dentro dessa realidade, o foco desta pesquisa é o objeto matemático equação reduzida da reta. A equação reduzida da reta pode ser representada graficamente e algebricamente, devido ao fato de a Geometria Analítica proporcionar uma relação entre as duas representações.

> No estudo da Geometria Analítica, é importante que os estudantes consigam relacionar a Álgebra à Geometria, usando equações algébricas para representar e caracterizar propriedades geométricas e, reciprocamente, compreender as equações por meio das figuras geométricas. (IEZZI, 2016, p. 80).

A presente pesquisa se encontra fundamentada na Teoria dos Registros de Representação Semióticas – TRRS de Raymond Duval, que é considerado o "pai" da referida teoria e também é responsável por outras importantes investigações na Psicologia Cognitiva. Como já mencionado, a diversidade de registros que um mesmo objeto pode ser representado pode acarretar nas dificuldades dos estudantes em compreender determinado conteúdo. Neste sentido, Henriques (2016) argumenta que um objeto de saber pode ser representado em diferentes registros, dotados de diferentes signos. Essas diversidades em relação às representações de um objeto podem acarretar na dificuldade do aluno em compreender determinado conteúdo.

A fim de contribuir para melhor concepção e compreensão por parte dos alunos referente ao objeto matemático Geometria Analítica, será utilizado o *software GeoGebra* como ferramenta lúdica e tecnológica, com intuito de verificar as contribuições da utilização das tecnologias digitais no ensino de Matemática, utilizando-o para modelagem computacional do objeto de saber equação reduzida da reta nas formas algébrica, numérica, gráfica e língua materna. Pierce e Stacey (apud ALLEVATO, 2005) indicam que os recursos tecnológicos permitem aos alunos transitarem livremente entre representações algébricas e gráficas de diversos conceitos.

Este trabalho fez uma investigação sobre as contribuições da utilização de tecnologias digitais, pontualmente o *software GeoGebra*, ancorado na TRRS. Para tal, foi desenvolvido um aplicativo matemático no referido *software* e aplicado em uma oficina, que possibilitou a visualização simultânea do objeto matemático equação reduzida da reta em suas diversas representações: Algébrica, gráfica, bem como a língua materna. O aplicativo utilizado foi desenvolvido pelo próprio autor.

Vale ressaltar que a aplicação da oficina aconteceu dentro do Projeto Institucional Residência Pedagógica[1], na qual desempenhei o papel de professor residente. No primeiro momento, as aulas ocorreram de forma remota, pois no contexto da pandemia de COVID-19, esse tipo de ensino foi adotado pelas instituições de ensino. As Atividades de Ensino Não Presencial Emergencial (AENPE) foram aprovadas pela Resolução nº 18, de 24 de agosto de 2020, do CONSUP (Conselho Superior) do IFBA. Posteriormente, tivemos o retorno das aulas 100% presenciais, quando foi oportunizada a aplicação da oficina.

Embora encontrados alguns entraves com relação ao tempo para aplicação da oficina e a tecnologia utilizada, os resultados mostraram que a utilização do *software GeoGebra* contribuiu para a compreensão dos conceitos matemáticos que envolvem o objeto da pesquisa por grande parte do alunos, uma vez que, ancorados na TRRS, temos que a articulação dos registros de representação, no decorrer do desenvolvido no *software*, constituiu para um avanço significativo em direção à redução das dificuldades nas atividades cognitivas apresentadas pelos alunos.

Nos próximos tópicos, inicialmente, faremos um recorte teórico, trazendo a Teoria dos Registros de Representação Semiótica como fundamentação da nossa pesquisa. Logo em seguida traremos o percurso metodológico para elencar os resultados da pesquisa, bem como os resultados e discussões a respeito dos mesmos.

Diante destas concepções, seguimos com apresentação da justificativa que destaca o que motivou a preferência pelo tema da pesquisa, e acima de tudo, qual a relevância do trabalho do ponto de vista da aprendizagem.

---

[1] O Programa de Residência Pedagógica é uma das ações que integram a Política Nacional de Formação de Professores e tem por objetivo induzir o aperfeiçoamento da formação prática nos cursos de licenciatura.

A Matemática é uma ciência abstrata, onde o seu objeto de estudo não é acessado diretamente, ou seja, uma ciência que se dá por intermédio de suas representações, necessitando de simbologias para invocar o seu objeto de saber. Este estudo justifica-se devido, na maioria das vezes, à não compreensão por parte do aluno estar vinculada ao fato do mesmo não conseguir associar as simbologias e representações matemáticas com o real significado do objeto. Tais dificuldades podem estar atreladas à realidade que, muitas das vezes, o objeto matemático é confundido com sua representação. Como destaca (MORETTI, 2012).

> [...] os objetos matemáticos não devem ser jamais confundidos com a representação que se faz dele. De fato, toda confusão acarreta, em mais ou menos a longo termo, uma perda de compreensão e os conhecimentos adquiridos tornam-se rapidamente inutilizáveis ao longo de seu contexto de aprendizagem: seja por não lembrar ou porque permanecem como representações "inertes" que não sugerem nenhum tratamento. (MORETTI, 2012, p. 268)

Segundo Silva (2017), para a compreensão de um conceito é essencial que os discentes transitem de um registro de representação semiótico a outro, de modo que saibam o seu significado e não confundam a representação com o objeto matemático em si. Neste sentido, as ferramentas tecnológicas podem contribuir para tais transições, como por exemplo, *o software GeoGebra*, que possibilita a transição entre os registros de representações, a visualização simultaneamente das representações, além de possibilitar os tratamentos no próprio registro semiótico.

Como vimos, a compreensão depende da capacidade de representar determinado objeto em duas ou mais representações. Sendo assim, buscaremos trazer as contribuições do *software GeoGebra* nos processos de ensino e de aprendizagens com relação ao objeto de estudo equação reduzida da reta, umas vez que o mesmo possibilita tais mobilizações entre os registros.

Para tal, utilizaremos um aplicativo construído no *software GeoGebra*, cujo intuito da utilização do modelo matemático foi possibilitar ao discente a oportunidade de manipular, fazer associações entre os registros de representação semiótica e explorar conceitos referentes ao objeto de estudo da pesquisa.

Para análise e reflexão da aprendizagem efetiva diante do processo de interação entre os registros de representações ligados ao objeto matemático equação reduzida da reta, utilizaremos a TRRS de Raymond Duval (1995).

Apresentaremos agora o objetivo geral e os objetivos específicos da nossa pesquisa, onde os mesmo nos direcionam ao que desejamos alcançar com a utilização dos recursos tecnológicos, pontualmente, o *software GeoGebra*.

Trazemos como objetivo central da nossa pesquisa, verificar as contribuições da utilização de tecnologias digitais no ensino de Matemática sob o olhar da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, utilizando o *Software GeoGebra* para modelagem computacional do objeto de saber equação reduzida da reta nas formas algébrica, numérica e gráfica e língua materna.

Especificamente desejamos alcançar os seguintes objetivos:

- Investigar as contribuições da utilização do *software GeoGebra* sob o olhar da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval na compreensão do processo de aprendizagem matemática;
- Aplicar uma sequência didática abarcando o objeto de estudo equação geral da reta, num processo didático investigativo, com vistas a contribuições para o ensino e aprendizagem;
- Analisar as práticas efetivas dos estudantes do 4º ano do Ensino Médio-Integrado do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia (IFBA), Campus Eunápolis, com a utilização do *software GeoGebra*, para a aprendizagem do objeto matemáticos de estudo, sob o olhar da TRRS.

2 FUNDAMENTAÇÃO DA PESQUISA

2.1 Quadro Teórico – TRRS

Nascido na França, Raymond Duval é considerado o "pai" da Teoria dos registros de representação semiótica e é responsável por outras importantes investigações na Psicologia Cognitiva.

A teoria de Raymond foi abordada nessa pesquisa, pois trabalha com diversas representações matemáticas: gráfica, algébrica, materna e aritmética. Nesse viés, temos que existe uma dificuldade expressiva de assimilação por parte dos alunos, tanto do ensino médio como do ensino superior, principalmente na transição de um registro para outro. Moretti (2012) destaca que.

> As transformações de representações em outras transformações semióticas estão no coração da atividade matemática. As dificuldades dos alunos para compreender matemática surgem por conta da diversidade e complexidade dessas transformações. Para estudar esta complexidade, as representações semióticas devem ser analisadas, não a partir dos objetos ou dos conceitos matemáticos que representam, mas a partir do funcionamento representacional que é próprio do registro no qual são produzidas. (MORETTI, 2012, p. 268).

A compreensão de determinado conteúdo matemático por parte dos estudantes está na capacidade de reconhecer um objeto em duas ou mais representações, sendo esta, segundo a TRRS, a habilidade necessária para aquisição do conhecimento. Dessa forma, Silva e Bisognin (2017) salienta que.

> Teoria dos Registros de Representações Semióticas destaca a mobilização de diferentes registros de representação para a compreensão dos objetos matemáticos, salientando a importância de o estudante transitar ao menos em dois tipos distintos de representação de um mesmo objeto, havendo, desse modo, a compreensão do conteúdo, e por conseguinte, a construção de conexões mentais de aprendizagem. (SILVA e BISOGNIN, 2017, p. 04)

Semiótica é o conceito geral dos signos, ou seja, semiótica é o estudo dos significados. Registros históricos mostram que a semiótica existe desde a Grécia Antiga e segundo Wanner (2010, p.36), “a semiótica concebida por Charles Sanders Peirce (1839- 1914), tem sua origem durante o período correspondente ao final do século XIX e início do século XX”. O estudo busca entender como o ser humano entende as coisas, estuda a comunicação e nesse trabalho a semiótica mostra como se dá a percepção dos estudantes e as dificuldades em dominar o conhecimento geométrico, algébrico, gráfico e materno.

Como já referido, a semiótica é o conceito geral dos signos, ou seja, semiótica é o estudo dos significados. Neste sentido, os signos tratam-se das linguagens que englobam a semiótica, e segundo Peirce(1995), é aquilo que representa, sob certo aspecto, algo para alguém.

Peirce (2000) lista três tricotomias do signo mais importantes, ou seja, divisões triádicas do signo. A Primeira Tricotomia diz respeito ao signo em relação a si mesmo, organiza o signo a partir de sua aparência, ou seja, do representâmen. Seja uma sensação, o que o torna único ou uma qualidade, como menciona Monteiro(2012).

> Na seguinte tricotomia um signo pode ser um quali-signo (qualidade imediata, tal como a impressão causada por uma cor), sin-signo (resultado da singularização do quali-signo, uma percepção singular do interpretante), e legi-signo (resultado de uma impressão mediante convenções ou leis gerais estabelecidas socialmente). (MONTEIRO, 2019, p.17)

A Segunda Tricotomia é sobre o signo em relação ao objeto, que diz respeito à relação do signo com seu objeto, neste sentido, o signo pode ser denominado *ícone*, que traz a ideia de analogia ou semelhança do objeto que o mesmo substitui. Temos como exemplo uma fotografia que substitui um objeto, são signos que reproduzem exatidão, ou seja, icônicos. Pode ser um *índice*, que é o resultado de uma associação ou referência. Temos como exemplo o cheiro característico de uma fruta, que não a substitui, mas nos remete de alguma forma à mesma. Além do *símbolo*, que trata-se da relação entre o signo e o objeto, que por sua vez é legitimada por regra. Um exemplo é a pomba que representa a paz ou uma bandeira de algum país, não existe semelhança, mas remete ao mesmo por determinação/regra.

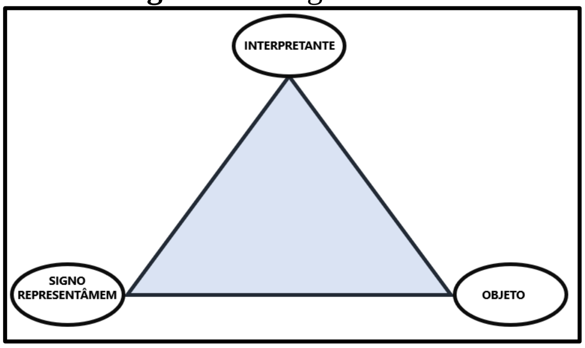
Por fim, a Terceira Tricotomia fala do signo em relação ao interpretante, traz consigo a hipótese de sentido, compreendida, mas sem contexto. Nesse sentido, o signo pode ser uma rema, onde “uma rema é uma escala de correspondência, uma relação mental de semelhança, ou seja, um signo para um interpretante sem necessariamente ter a pretensão de representar o objeto que se refere”. (MONTEIRO, 2019, p.18)

Nossa pesquisa está elencada na segunda tricotomia, signo em relação ao objeto. Por intermédio do signo, cria-se na mente da pessoa outro signo equivalente, este é denominado interpretante do primeiro signo. O signo representado na mente de uma pessoa, que trata-se do interpretante do primeiro, possui algum tipo de ideia primordial que remete ao mesmo, essa ideia é chamada de fundamento do representâmen. Para melhor elucidar, quanto ao signo, Peirce (2000) destaca.

> Um signo, ou representamen, é aquilo que, sob certo aspecto ou modo, representa algo para alguém. Dirige-se a alguém, isto é, cria, na mente dessa pessoa, um signo equivalente, ou talvez um signo mais desenvolvido. Ao signo assim criado denomino interpretante do primeiro signo. O signo representa alguma coisa, seu objeto. Representa esse objeto não em todos os seus aspectos, mas como referência a um tipo de idéia que eu, por vezes, denominei fundamento do representâmen. (PEIRCE, 2000, p. 46).

Peirce (1995) classifica o signo triádico como representado na **Figura 1**.

Figura 1 - o signo triádico



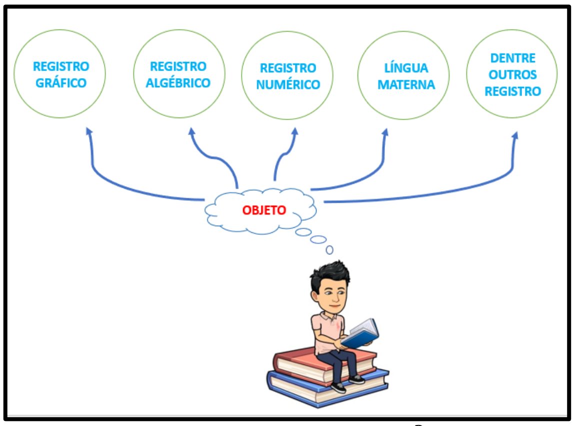
Fonte: Adaptação do autor Kashiwag (2011)

Na **Figura 1** temos a relação do signo, objeto e interpretante ilustrada de acordo com Pierce. (1995).

2.4 Semiose e os registros de representações

Segundo a TRRS, o objeto de saber pode ser representado por intermédio de representações dotadas de diferentes signos. Abaixo temos alguns dos possíveis registros de representação de um objeto matemático ilustrados na **Figura 2**.

Figura 2 - Possíveis registros de representação de um objeto matemático



Fonte: Adaptação do autor[2]

[2] A Imagem utilizada para composição da **Figura 2** foi coletada no *App* Bitmoji. Disponível em: https://play.google.com/store/apps/details?id=com.bitstrips.imoji&hl=pt_BR&gl=US

Para Duval (1993) existem três atividades ligadas ao processo do desenvolvimento cognitivo, ou seja, a semiose.

A *formação* de uma representação identificável trata-se da habilidade de esboçar construções mentais para reconhecer determinada representação.

> Esta formação implica seleção de relações e de dados no conteúdo a representar. Esta seleção se faz em função de unidades e de regras de formação que são próprias do registro cognitivo no qual a representação é produto. Desta maneira, a formação de uma representação poderia ser comparada a realização de uma tarefa de descrição. (MORETTI, 2012, p. 271).

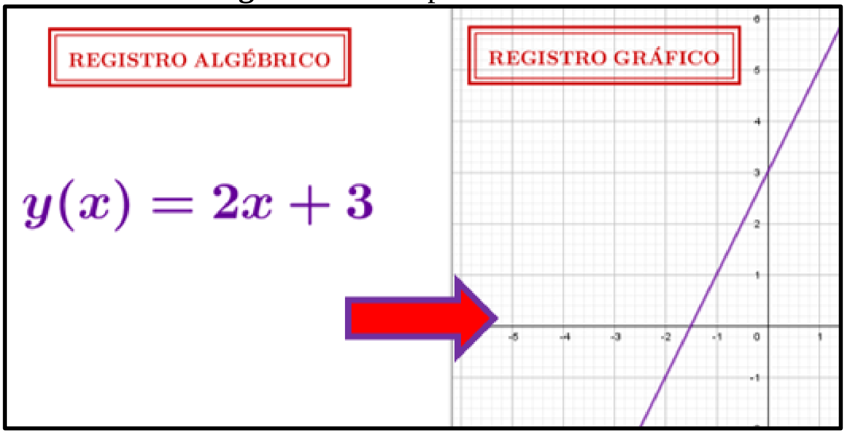
Neste sentido temos que a formação diz respeito a regras e características do conceito envolvido.

O *tratamento* de um registro é a transformação interna do mesmo , ou seja, a manipulação dentro do próprio registro. Temos como exemplo a simplificação de um cálculo numérico ou algébrico que se mantém dentro do próprio registro.

Para Silva e Bisognin (2012) o tratamento é a transformação de representações que ocorrem dentro de um mesmo sistema de representação, ou seja, uma transformação inteiramente interna a um registro.

A *conversão* ocorre em virtude da transformação externa no registro inicial, isto é, a representação de um objeto é convertida em uma nova representação em outro registro. Podemos observar um exemplo de conversão a representação gráfica da função $y(x) = 2x + 3$. Inicialmente o objeto na forma algébrica é convertido à forma gráfica como mostra a **Figura 3**.

Figura 3 - Exemplo de conversão



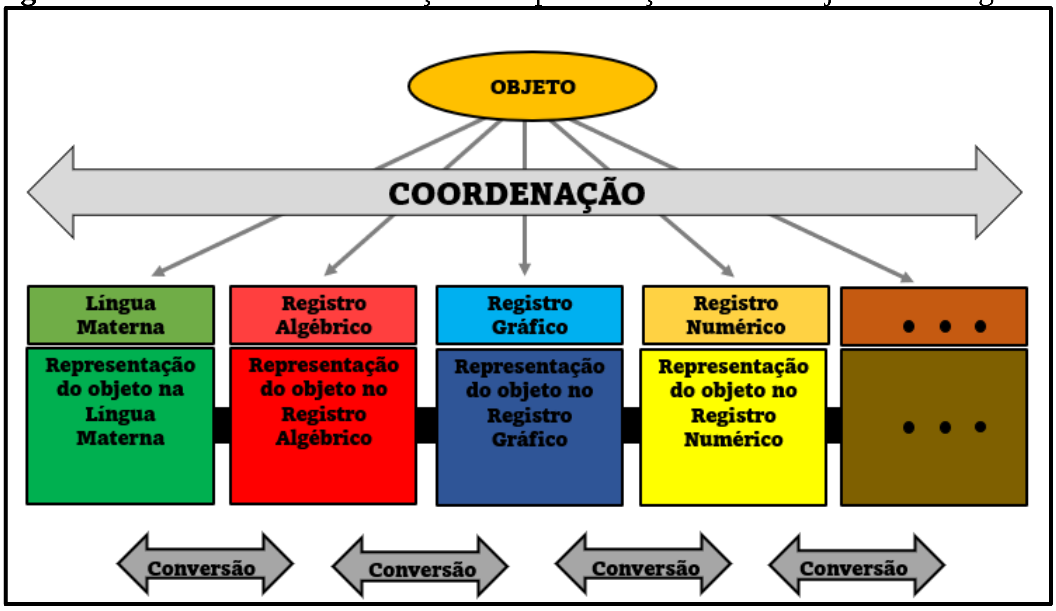
Fonte: Software GeoGebra, 2022

Segundo Moretti (2012), em virtude de muitos registros de representação, existe o interesse da habilidade de coordenação para o funcionamento do pensamento humano. Nesse sentido, Duval (1993) apresenta duas hipóteses:

- *Hipótese 1*: "Se o registro de representação é bem escolhido, as representações destes registros são suficientes para permitir a compreensão do conteúdo conceitual representado."
- *Hipótese 2*: "A compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação, e esta coordenação se manifesta pela rapidez e espontaneidade da atividade cognitiva de conversão."

Devido a grande variação de registro de representação, é necessário a transição entre dois ou mais deles para de fato existir a compreensão no estudo da Matemática. Neste sentido, temos como essa habilidade necessária a coordenação, onde a mesma trata-se da capacidade do indivíduo em reconhecer a representação de um objeto, em dois ou mais registros distintos como mostra a **Figura 4**.

Figura 4 - Conversão e coordenação de representações de um objeto entre registros



Fonte: Adaptado de Henriques; Almoulod (2016)

Duval destaca que em qualquer nível de ensino os registros são tratados de forma isolada, onde os estudantes encontram dificuldades em reconhecer o mesmo objeto matemático em dois ou mais registros de representação.

Neste trabalho a tecnologia foi utilizada para melhorar a prática e percepção dos educandos sobre os registros matemáticos.

Segundo Luciana Allan (2015) em relação ao termo e origem da palavra tecnologia, temos que.

> Tecnologia é um produto da ciência e da engenharia que envolve um conjunto de instrumentos, métodos e técnicas que visam a resolução de problemas. É uma aplicação prática do conhecimento científico em diversas áreas de pesquisa. A palavra tecnologia tem origem no grego "tekhne" que significa "técnica, arte, ofício" juntamente com o sufixo. (ALLAN, 2015)

Baseada na teoria de Raymond, a introdução do uso dos *softwares*, sendo eles mecanismos tecnológicos para assimilação de conversão de objeto, tornam-se artifícios de renovação pedagógica no ensino dos conceitos matemáticos, implicando em uma prática pedagógica mais atrativa e com melhor aproveitamento para a aprendizagem. Costa (2021), destaca que.

> [...] utilizar uma ferramenta tecnológica e fazer uso da interdisciplinaridade, pois esses recursos conseguem melhorar a didática do professor tendo como objetivo principal lograr êxito no processo de ensino e aprendizagem. O uso dessas tecnologias, no caso particular o *software GeoGebra*, contribuem para uma melhor abstração dos conceitos a partir de dinâmicas e interações de objetos e conceitos matemáticos na tela do computador. (COSTA, 2021, p.1257)

O *GeoGebra* é um *software* de Matemática que tem como objetivo o ensino dinâmico de conteúdos matemáticos, reúne a Geometria, Álgebra, planilhas de cálculo, gráficos, Probabilidade, Estatística e ainda cálculos na mesma plataforma e com uma linguagem de fácil entendimentos, podendo ser utilizados em todos os níveis de ensino. Como salienta Costa(2021).

> O *GeoGebra* é um *software* gratuito e de acesso livre, criado por Markus Hohenwarter, em 2001. Foi desenvolvido para o estudo de várias áreas da Matemática, podendo ser utilizado desde o ensino básico ao ensino superior. Assim, o *software* apresenta ferramentas que permitem o estudo de Geometria, Álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente. Sendo visto como uma importante ferramenta para o estudo de tais conteúdos, uma vez que propicia ao usuário a construção, o estudo e diferentes representações de um mesmo objeto. Escrito na linguagem JAVA, pode ser instalado em computadores com sistemas operacionais Windows, Linux ou Mac OS. (COSTA, 2021, p. 1256)

O aplicativo foi utilizado como ferramenta de atividade lúdica, para trabalhar de maneira individual ou em grupo os conteúdos das aulas e para melhorar a compreensão dos conceitos matemáticos trabalhados.

3 ABORDAGEM HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICA DO OBJETO MATEMÁTICO GEOMETRIA ANALÍTICA

A Geometria Analítica vincula a Geometria aos princípios da Álgebra, a mesma usa o sistema de coordenadas cartesiana para manipular objetos matemáticos através do registro gráfico. Neste sentido, Iezzi (2016) destaca que, é importante que os estudantes sejam capazes de relacionar a Álgebra à Geometria, usando equações algébricas para representar e caracterizar propriedades geométricas e, reciprocamente, compreender as equações por meio das figuras geométricas.

Segundo Santos (2013), temos que a Matemática surgiu devido à necessidade humana desde as primeiras civilizações, no entanto a mesma se limitava apenas a números e grandezas, com exceções de algumas civilizações que conheciam algumas frações. Posteriormente, se deu início a relação numérica com a configuração espacial, fato esse histórico é destacado por Santo (2013).

> O início da associação da relação numérica com a configuração espacial é pré-histórica, como é também a primeira conexão entre números e tempo. Os antigos documentos escritos da Mesopotâmia, Egito, China e Índia dão evidência da preocupação com a mensuração. Os Papiros pré-helênicos e as escritas cuneiformes trazem problemas que envolvem os conceitos de comprimento, área e volume. (SANTOS, 2013, p.3).

Com relação aos estudos iniciais da Geometria Analítica, que por sua vez relaciona as representações algébricas às representações gráficas, e vice-versa, temos que os mesmos se deram no século XVII, onde destacamos alguns contribuintes para o desenvolvimento da mesma, que são eles, René Descates, Pierre de Fermat, Roberval, Desargues, Mersenne e Pascal. Segundo Iezzi (2016).

> O segundo terço do século XVII foi um importante período da história da Matemática, com destaque para a grande intercomunicação de ideias entre os matemáticos franceses, dos quais destacamos René Descartes e Pierre de Fermat. A eles usualmente atribui-se a invenção da Geometria Analítica. Outros nomes dessa época também devem ser lembrados, como Roberval, Desargues, Mersenne e Pascal. (IEZZI, 2016, p.7).

Geometria Analítica de Descates[3] surgiu em 1637 em um texto chamado *Geometria*, como um dos três apêndices do Discurso do Método. Neste sentido Iezzi (2016) destaca que.

[3] Zago (2016), René Descartes nasceu em 1596 faleceu em Estocolmo, Suécia, em 1650. Foi educado no aristotelismo tradicional no colégio jesuíta La Fleche. Serviu como soldado na Holanda e deixou o exército em 1621 para se dedicar à ciência e à filosofia.

> Em um dos três apêndices do Discurso sobre o método encontra-se "Le Geométric". A maior contribuição desse texto é a ideia de dar significado às operações algébricas por meio de interpretações geométricas e, reciprocamente, "libertar" a Geometria dos diagramas por meio de processos algébricos. (IEZZI, 2016, p.7).

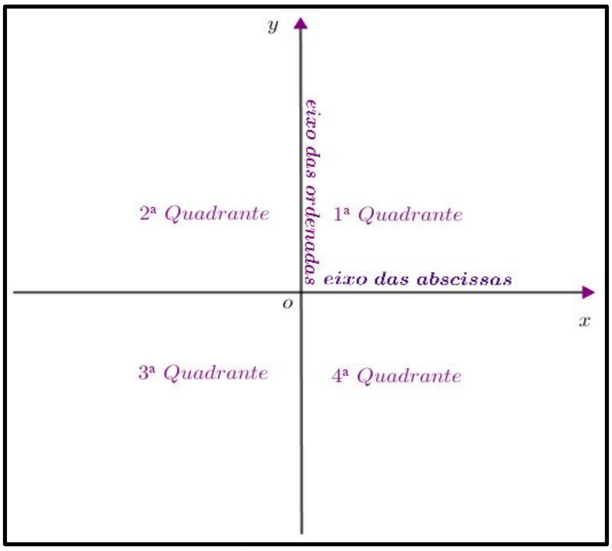
Todos os levantamentos feitos por esses estudiosos nos remetem à ideia primordial de associação entre a Geometria e a Álgebra com relação à Geometria Analítica.

Como já mencionado, a aplicação da oficina antecedeu antes do momento da abordagem do objeto em sala de aula. Porém, era esperado que os estudantes já tivessem contato com alguns conhecimentos prévios necessários para a construção do conhecimento referente ao objeto de estudo atual, isto é, Equação Reduzida da Reta: Plano cartesiano; Cálculo da amplitude de um ângulo; Operações entre números inteiros e noção de razões trigonométricas.

3.1 Plano cartesiano

O primeiro ponto em questão é com relação ao plano cartesiano e seus respectivos elementos. Na **Figura 5**, temos a representação do plano cartesiano, sendo ele composto por dois eixos orientados, x e y, perpendiculares em O. Cada uma das partes em que o plano fica dividido pelos eixos x e y recebe o nome de quadrante, onde os quatro quadrantes são numerados no sentido anti-horário. Sendo assim, o eixo Ox recebe o nome de eixo das abscissas, o eixo Oy recebe o nome de eixo das ordenadas e o ponto O é a origem do sistema de eixos cartesianos ortogonal ou retangular.

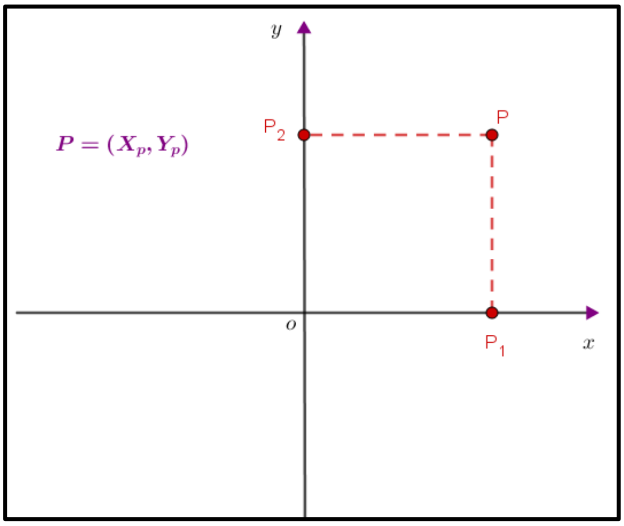
Figura 5 - plano cartesiano



Fonte: Software GeoGebra, 2022

Inserindo um ponto qualquer no plano cartesiano, bem como duas retas paralelas aos eixos x e y, sendo P_1 e P_2 os pontos de interseção dessas retas com os eixos x e y, respectivamente, como mostra a **Figura 6**.

Figura 6 - Ponto



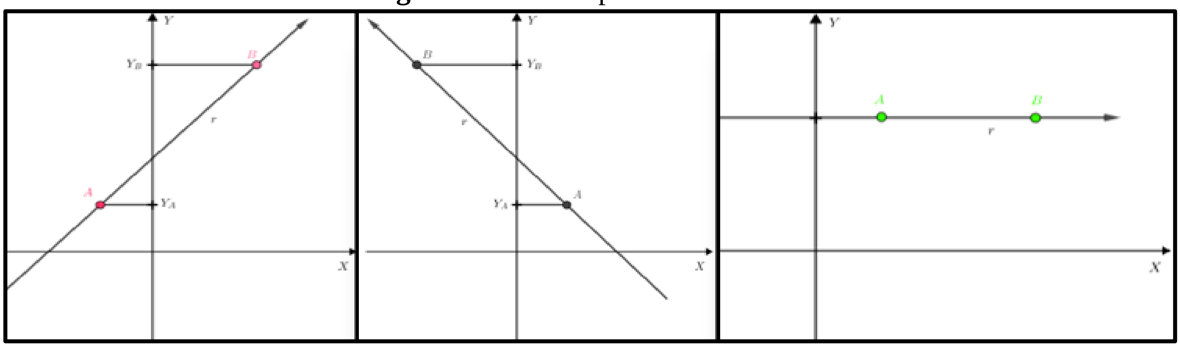
Fonte: *Software* GeoGebra, 2022

Temos que, a abscissa de P (indica-se por x_P) é a medida algébrica do segmento $\overline{OP_1}$, a ordenada de P (indica-se por y_P) é a medida algébrica do segmento $\overline{OP_2}$ e as coordenadas de P são os números reais x_P e y_P.

3.2 Inclinação da reta

Representamos no registro gráfico três retas. Devemos notar que o sentido positivo da reta depende dos valores das ordenadas, ou seja, o sentido positivo da reta parte da menor ordenada para maior ordenada como podemos observar na **Figura 7**.

Figura 7 - Sentido positivo da reta

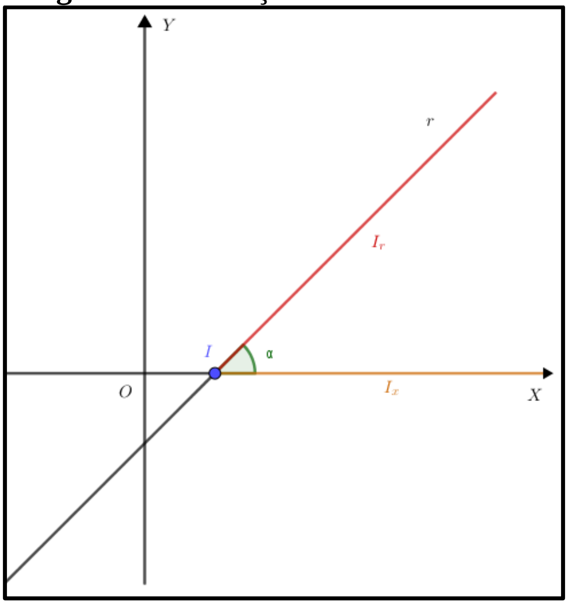


Fonte: *Software* GeoGebra, 202

A reta, quando for paralela ao eixo x, dados A e B distintos, temos que $Y_A = Y_B$. Nesse caso, o sentido positivo de r é o sentido positivo do eixo x.

Na **Figura 8** temos o ponto de interseção de r com o eixo x, sendo ele indicado pelo ponto I. A semirreta I_x tem origem em I e mesmo sentido do eixo x. Já a semirreta I_r, tem origem em I e mesmo sentido positivo de r. O ângulo formado pelas semirretas I_r e I_x, sendo ele o menor, denomina-se inclinação da reta, onde a mesma é indicada por α.

Figura 8 - interseção de r com o eixo x

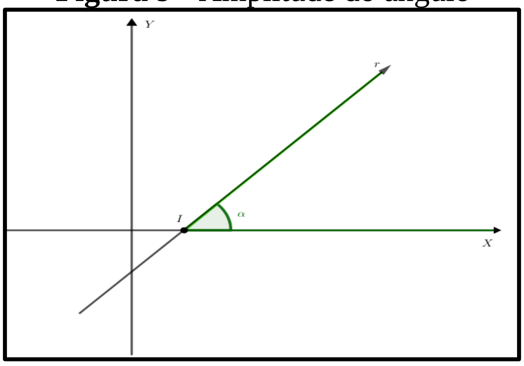


Fonte: Software GeoGebra, 2022

No decorrer do desenvolvimento do *App*, em consonância com a sequência didática, os estudantes tiveram a oportunidade de se aprofundar no estudo referente ao cálculo da amplitude do ângulo α, onde trouxemos os seguintes casos:

1º caso: $0° < \alpha < 90°$

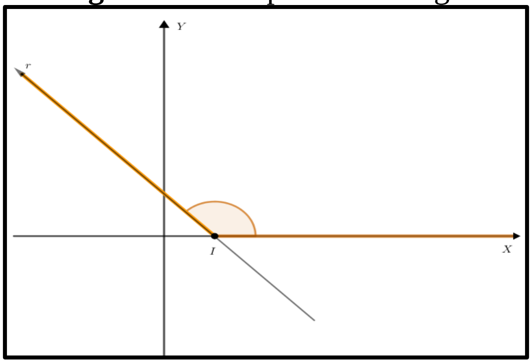
Figura 9 - Amplitude do ângulo



Fonte: Software GeoGebra, 2022

2º caso: $90° < \alpha < 180°$

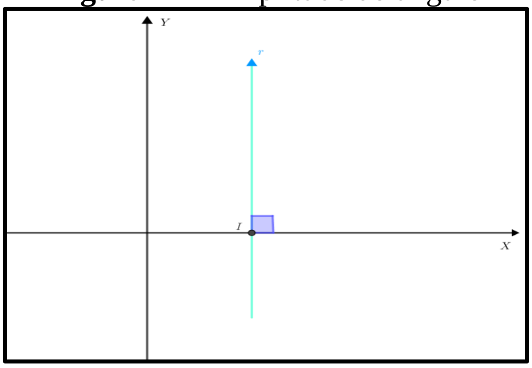
Figura 10 - Amplitude do ângulo



Fonte: Software GeoGebra, 2022

3º caso: $\alpha = 90°$

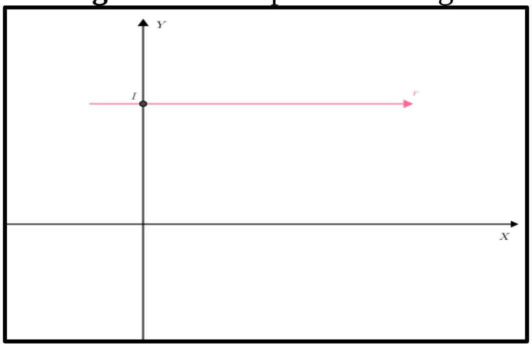
Figura 11 - Amplitude do ângulo



Fonte: Software GeoGebra, 2022

4º caso: $\alpha = 0°$

Figura 12 - Amplitude do ângulo



Fonte: Software GeoGebra, 2022

3.3 Coeficiente angular

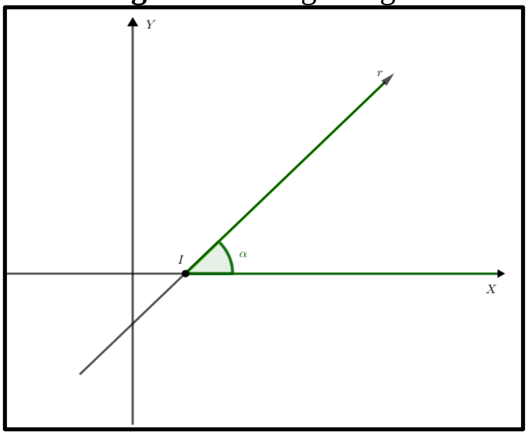
Podemos definir o coeficiente angular ou declividade de uma reta r pelo número real:

$$\boldsymbol{m = tg\ \alpha}$$

Levando em consideração o ângulo α, temos as seguintes possibilidades:

- Quando α é agudo, temos que $\boldsymbol{tg\ \alpha > 0}$.

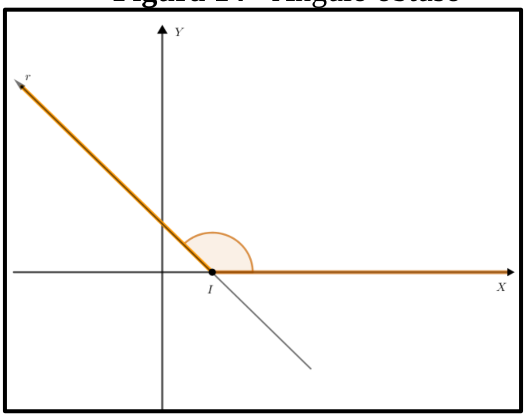
Figura 13 - Ângulo agudo



Fonte: Software GeoGebra, 2022

- Quando α é obtuso, temos que $\boldsymbol{m = tg\ \alpha < 0.}$

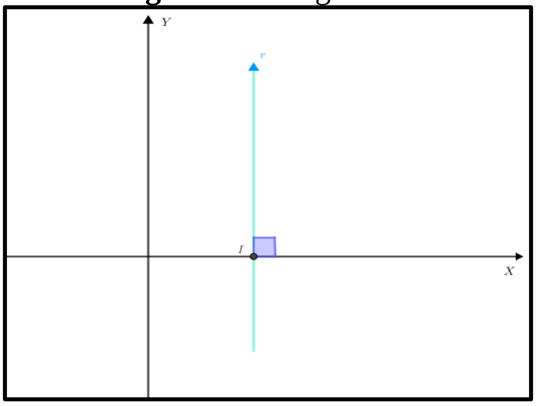
Figura 14 - Ângulo obtuso



Fonte: Software GeoGebra, 2022

- Quando $\alpha = 90°$, não é possível definir o coeficiente angular de r, pois não existe $\boldsymbol{tg\ 90°}$.

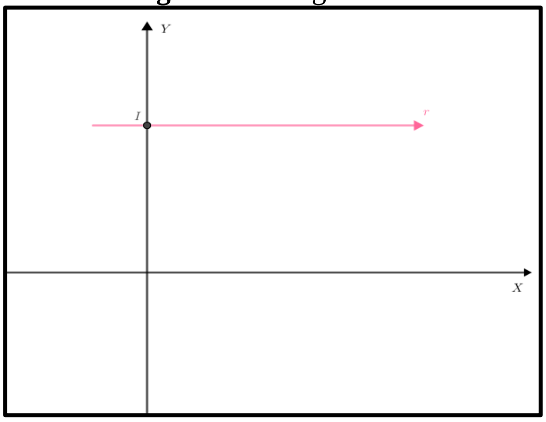
Figura 15 - Ângulo reto



Fonte: Software GeoGebra, 2022

- Quando $\boldsymbol{\alpha = 0°}$, temos que $\boldsymbol{tg\ \alpha = 0}$.

Figura 16 - Ângulo raso

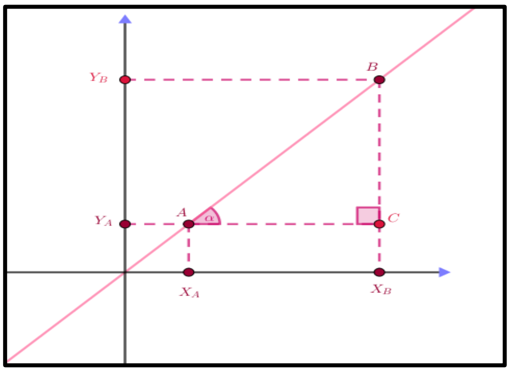


Fonte: Software GeoGebra, 2022

3.4 Cálculo do coeficiente angular de uma reta a partir de dois de seus pontos

Seja r a reta determinada pelos pontos $A(X_A, Y_A)$ e $B(X_B, Y_B)$, como mostra a **Figura 17:**

Figura 17 - Reta r



Fonte: Software GeoGebra, 2022

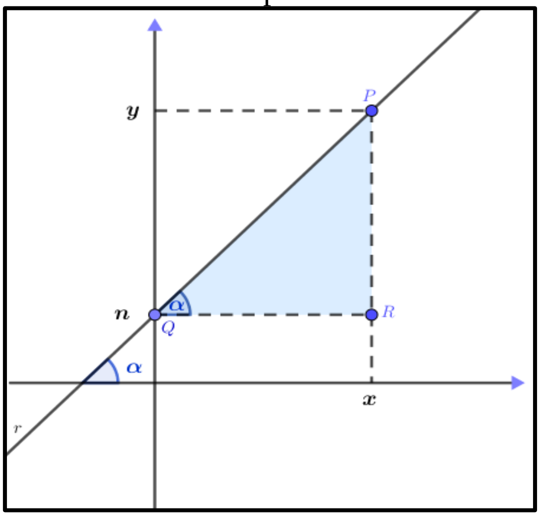
O cálculo do coeficiente angular de uma reta r, pode ser calculado por meio da seguinte relação:

$$\boldsymbol{m = \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} = \frac{\Delta_Y}{\Delta_X}}$$

3.5 Equação reduzida da reta

Na F**igura 18**, temos a reta r e suas respectivas abscissas e ordenadas, além da medida do ângulo α. Temos que, $P(x, y)$ é um genérico sobre r e $Q(0, n)$ um ponto que intercepta o eixo das ordenadas.

Figura 18 - Reta r e suas respectivas abscissas e ordenadas



Fonte: Software GeoGebra, 2022

Como já vimos, o coeficiente angular de uma reta pode ser calculado por meio da seguinte relação:

$$\boldsymbol{m = \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} = \frac{\Delta_Y}{\Delta_X}}$$

Levando em consideração o triângulo QRP da **Figura 16**, podemos fazer as seguintes considerações:

$$\boldsymbol{m = \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} = \frac{y - n}{x} \Rightarrow m = \frac{y - n}{x} \Rightarrow y = mx + n}$$

A expressão $\boldsymbol{y = mx + n}$ é chamada de equação reduzida da reta, onde:

- m é o coeficiente angular de r;
- n é o coeficiente linear de r;

- x e y são as coordenadas de um ponto qualquer da reta r.

Seguiremos agora com nosso percurso metodológico, que englobou um desenvolvimento de oficina numa turma de quarto ano do ensino médio técnico integrado, do curso de Edificações no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia – IFBA, *campus* Eunápolis.

4 PERCURSO METODOLÓGICO

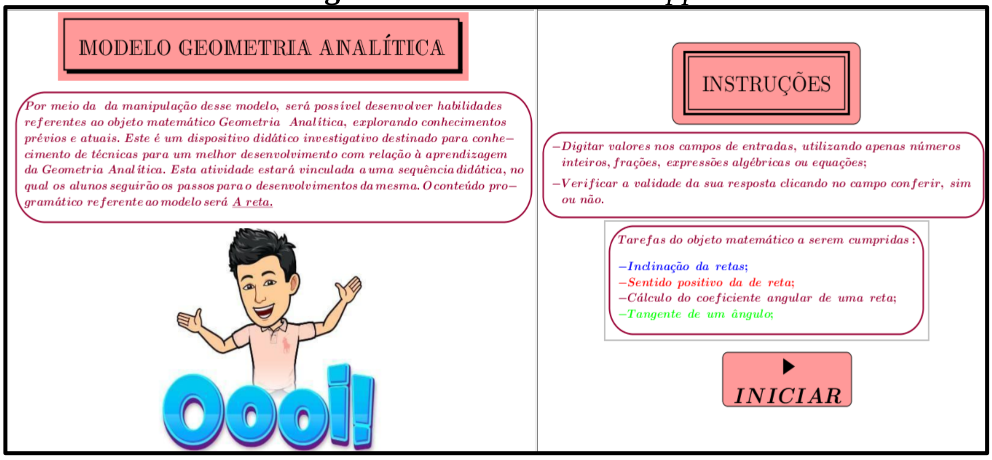
A nossa pesquisa é baseada na proposta de contribuir com os processos de ensino e aprendizagem através do uso de tecnologias digitais, particularmente o *GeoGebra*, para o objeto matemático equação reduzida da reta. O referido estudo trata-se de uma proposta prática com a utilização do *software* matemático *GeoGebra*. A abordagem da pesquisa tem natureza quali-quantitativa, pois tem como objetivo analisar resultados a fim de trazer reflexões quanto a utilização dos recursos tecnológicos e suas contribuições no ensino e aprendizagem do objeto matemático de estudo.

Este projeto é atrelado ao projeto macro do orientador Prof. Dr. Celso Eduardo Brito, intitulado *PRODUÇÃO DE MODELOS E ATIVIDADE COM O GEOGEBRA: CONTRIBUIÇÕES PARA O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA*, aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa-CEP do IFBA, sob número 05010818.2.000.5031. As investigações foram pautadas através da autorização dos estudantes que assinaram o Termo de Consentimento Livre Esclarecido (TCLE).

Buscamos analisar as operações semióticas, mais especificamente tratamento, formação e conversão, desenvolvidas pelos participantes da pesquisa nas mobilizações do referido objeto de estudo, amparado nos pressupostos TRRS. Desse modo, foi organizada uma sequência didática, a qual viabilizou auxiliar os estudantes durante a manipulação do aplicativo desenvolvido no *software GeoGebra*, bem como as ações dos sujeitos para a coleta de dados. Esta aconteceu nas dependências do IFBA, *campus* Eunápolis, numa turma do 4º ano do Ensino Médio Integrado em Edificações, no total de 25 estudantes participando como sujeitos atuantes.

Com relação ao modelo desenvolvido no *software GeoGebra*, intitulado *Dispositivo dinâmico para desenvolvimento de conhecimentos ligados ao objeto matemático equação reduzida da reta utilizando o ambiente computacional GeoGebra*, contava com 8 etapas, onde buscamos proporcionar aos estudantes desenvolvimentos de habilidades referentes à Geometria Analítica através da manipulação do *App*, explorando conhecimentos prévios e atuais. A aplicação da oficina, que teve duração de 100 minutos, ocorreu antes do assunto ser ministrado, pois o intuito foi proporcionar aos estudantes o conhecimento de técnicas que lhes proporcionaram melhor desenvolvimento com relação à aprendizagem do referido objeto de estudo. Na **Figura 19** temos a interface inicial do aplicativo.

Figura 19 - Tela inicial do *App*



Fonte: *Software* GeoGebra, *2022*

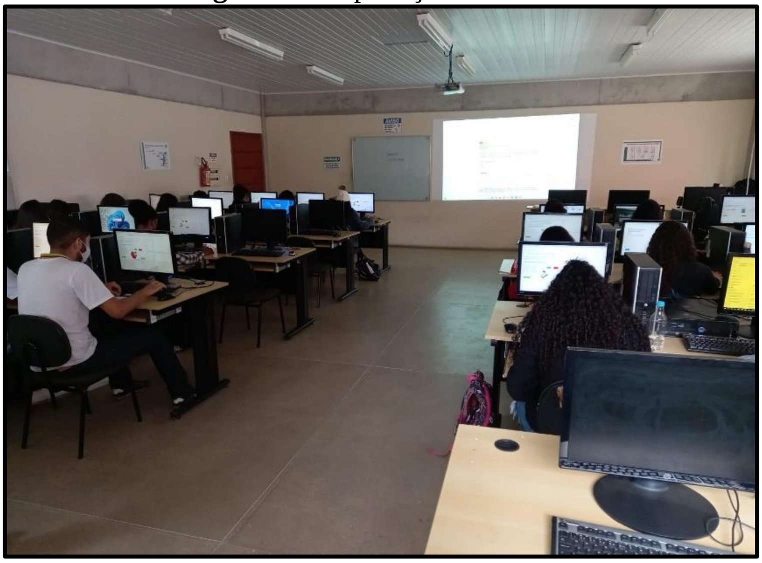
O primeiro momento de realização da oficina contou com a apresentação da proposta, bem como a disponibilização dos *links* que davam acesso ao aplicativo. Em seguida, foi entregue para cada estudante a sequência didática(Apêndice I) impressa.

Figura 20 - Utilização do Dispositivo em consonância com o *App*

Fonte: Dados da pesquisa

Com auxílio da sequência didática, os estudantes deveriam responder as tarefas e subtarefas presentes e entregar ao professor residente para que fossem feitas as análises.

Figura 21 - Aplicação da oficina



Fonte: Dados da pesquisa

Buscaremos no próximo tópico, analisar frente a diversidade dos registros que são mobilizados no instrumentos de coleta de dados, como essas representações semióticas são tratadas pelos estudantes. Temos na **Figura 21** o momento de aplicação da oficina, que ocorreu no laboratório de informática da referida instituição de ensino**.**

5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Tratamos agora dos resultados mediante a aplicação da sequência didática, ancorada na TRRS que serviu como direcionamentos para coletas de dados. O aplicativo foi disponibilizado através de um *link*[4] postado no ambiente virtual AVA *moodle* IFBA[5].

A oficina estava marcada para a primeira aula após o retorno presencial, pois o tempo de estágio estava próximo ao fim, sendo necessário o fechamento das notas e entrega da turma para o professor titular, denominado dentro da residência pedagógica como professor preceptor.

Essa mudança no formato de ensino acarretou em alguns entraves relacionados ao uso pelos estudantes das tecnologias, bem como entraves didáticos, que neste caso estão relacionados ao tempo para conclusão das atividades propostas. O laboratório de informática estava sendo usado por outros professores nos momentos que antecederam a aplicação da oficina, não sendo possível verificar o funcionamento dos computadores. Esse fato acabou comprometendo o tempo de aplicação, pois alguns computadores estavam sem *internet*, sendo necessária a manutenção. No **Quadro 1** podemos observar a tarefa 5 ($\boldsymbol{T_5}$) da sequência didática**.**

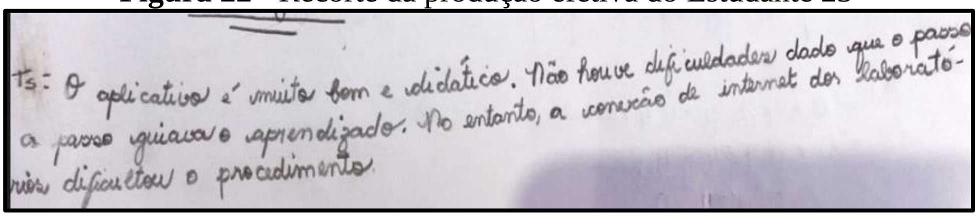
Quadro 1- Tarefa 5

$\boldsymbol{T_5}$	*DESCREVER, NA LÍNGUA MATERNA, AS DIFICULDADES ENCONTRADAS DURANTE A EXECUÇÃO DAS TAREFAS 1, 2, 3 e 4 INCLUSIVE RELATIVAS A MANIPULAÇÃO DO APP.*

Fonte: Dados da pesquisa

Na **Figura 22** podemos observar o relato do Estudante 23 com relação ao funcionamento da *internet*, onde justifica na $\boldsymbol{T_5}$ dificuldades com relação ao uso da tecnologia.

Figura 22 - Recorte da produção efetiva do Estudante 23

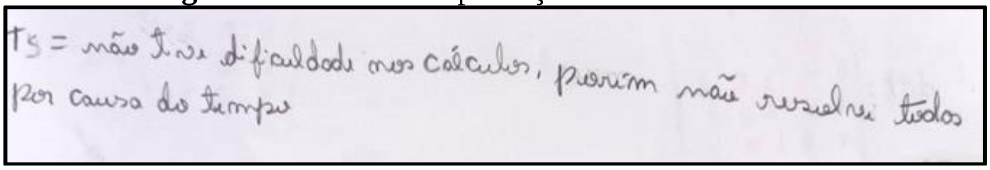


Fonte: Dados da pesquisa

[4] Disponível em: https://www.geogebra.org/m/ppuzf52b
[5] Ambiente virtual de aprendizagem institucional do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia – IFBA.

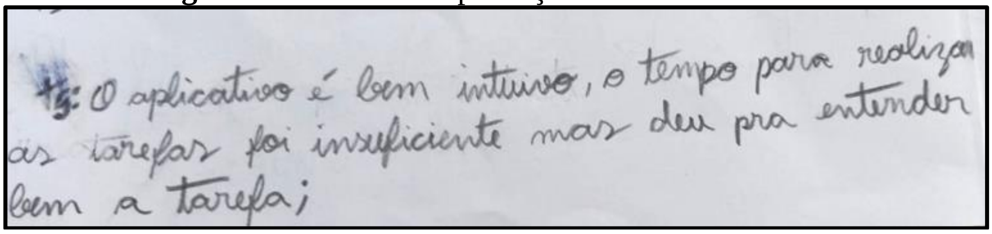
Em seguida temos os relatos dos Estudantes 7 e 16 nas **Figuras 23** e **24**, respectivamente, onde eles pontuam o tempo como entrave nas resoluções das tarefas.

Figura 23 - Recorte da produção efetiva do Estudante 07


T5 = não tive dificuldade nos cálculos, porém não resolvi todos
por causa do tempo

Fonte: Dados da pesquisa

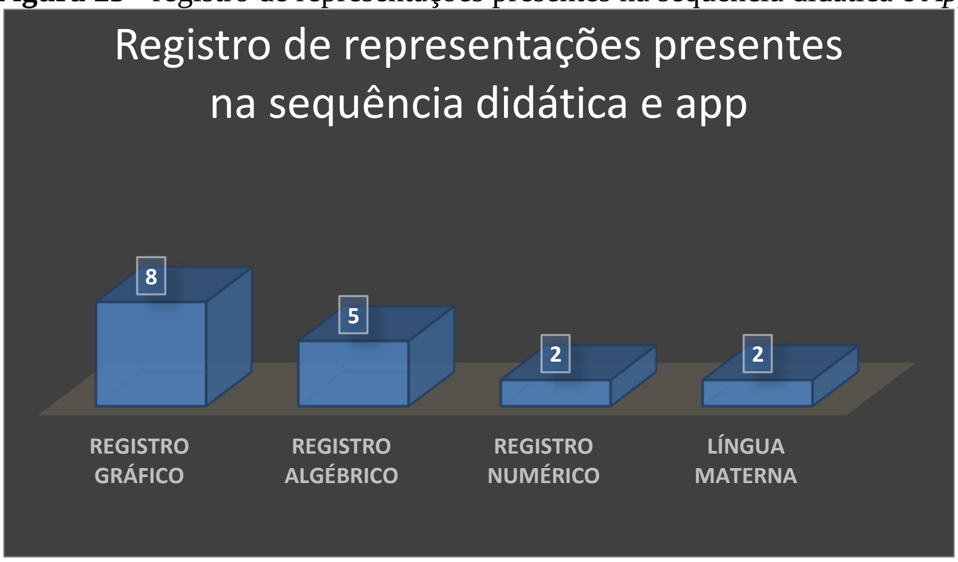
Figura 24 - Recorte da produção efetiva do Estudante 16


T5: O aplicativo é bem intuitivo, o tempo para realizar
as tarefas foi insuficiente mas deu pra entender
bem a tarefa;

Fonte: Dados da pesquisa

Apresentaremos agora algumas informações do aplicativo em consonância com a sequência didática, ele é composto por 5 tarefas ($\boldsymbol{T}$), com suas respectivas subtarefas ($\boldsymbol{S_t}$)**.** O estudante, ao manipular o aplicativo, precisava transcrever suas anotações nos registros que achavam mais adequados. Na **Figura 25** temos a quantidade de registro de representações presentes na sequência didática e *App*.

Figura 25 - registro de representações presentes na sequência didática e *App*

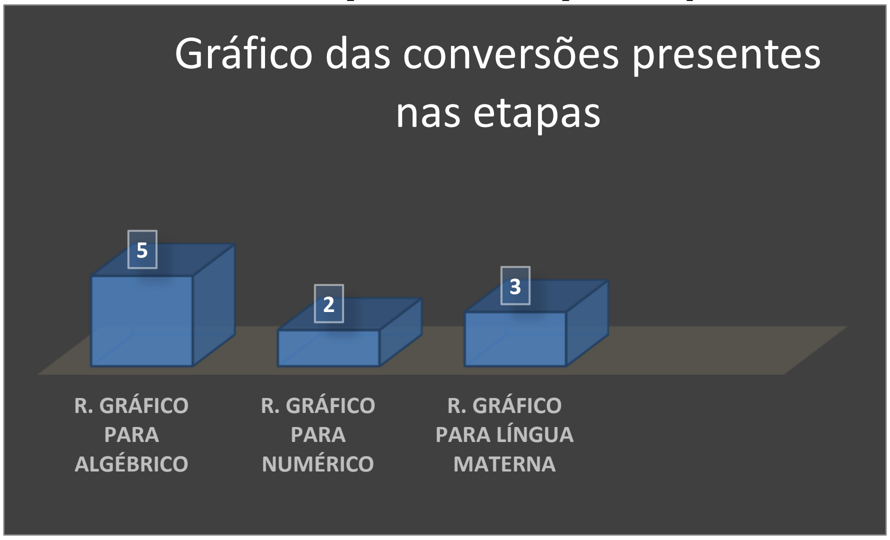


Fonte: Dados da pesquisa

Assim sendo, temos 8 momentos relacionados ao registro gráfico, 5 ao registro algébrico, 2 ao registro numérico e 2 a língua materna.

De acordo com a TRRS, é necessária a articulação de um mesmo objeto de saber para consolidar a aprendizagem na Matemática. Neste sentido, o aplicativo possibilitou mobilizações entre diversos tipos de registros de representação. Na **Figura 26** temos as atividades cognitivas de conversão presentes na sequência didática e *App.* Dessa forma, temos 5 conversões do registro gráfico para o algébrico ($R_G \rightarrow R_A$), 2 conversões do registro gráfico para o numérico ($R_G \rightarrow R_N$) e 3 conversões do registro gráfico para a língua materna ($R_G \rightarrow L_M$).

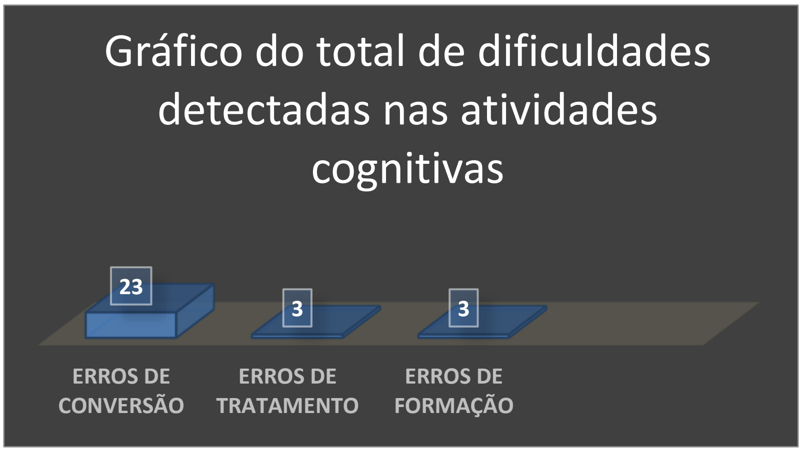
Figura 26 -Gráfico das conversões presentes nas etapas da sequência didática e *App*



Fonte: Dados da pesquisa

Através do gráfico apresentado na **Figura 27**, que diz respeito às dificuldades encontradas pelos estudantes ao manipular o aplicativo em consonância com a sequência didática, podemos observar que 79,31% dos erros estão relacionados à atividade cognitiva de conversão, 10,34% erros de tratamento e 10,34% erros de formação.

Figura 27 - Gráfico do total de dificuldades detectadas nas atividades cognitivas



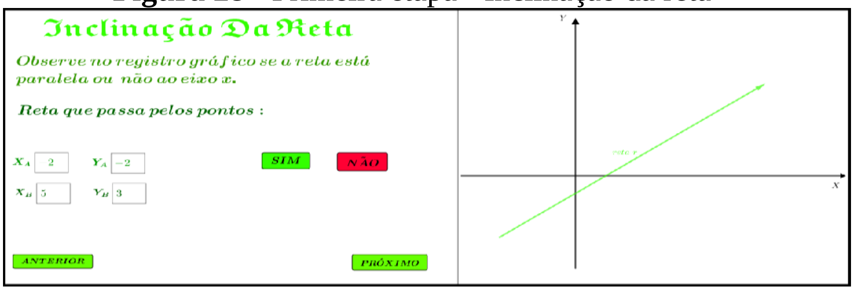
Fonte: Dados da pesquisa

Apresentaremos agora as etapas do *App* desenvolvido no *software GeoGebra*, bem como as análises com relação às mobilizações dos estudantes.

5.1 Primeira etapa

Nesta etapa, tínhamos como objetivo investigar se os estudantes eram capazes de determinar se uma reta era ou não paralela ao eixo das abscissas através da observação da representação gráfica. Para tal, foi solicitado a inserção de dois pontos através do campo de entrada indicado no *App* (X_A, Y_B, X_B e Y_B), nas suas respectivas representações numéricas. Posteriormente o estudante deveria clicar no botão "sim" ou "não" para verificar a veracidade da resposta dada.

Figura 28 - Primeira etapa - Inclinação da reta



Fonte: Software GeoGebra, 2022

Atrelado à etapa em questão, tínhamos os seguintes direcionamentos na sequência didática como mostra no **Quadro 2**.

Quadro 2 - Tarefa 1

T_1	*DETERMINAR SE UMA RETA ESTÁ PARALELA AO EIXO X, CONSIDERANDO OS PARES DE PONTOS QUE DETERMINAM A MESMA INDICADOS E DESENVOLVENDO AS SEGUINTES SUBTAREFAS QUE SEGUEM:* *a) Pontos: A(0, 3) e B(4, 3)* *b) Pontos: A(-3, 3) e B(-1, 2)* *c) Pontos: A(3, 2) e B(0, 2)* *d) Pontos: A(1, 3) e B(4, 1)* *e) Pontos: A(1, 1) e B(4, 3)*
S_{t_1}	*Verificar se a reta gerada pelos pares de pontos acima é paralela ao eixo x, inserindo os mesmos nos campos indicados no App GeoGebra (X_A, Y_B, X_B e Y_B).*

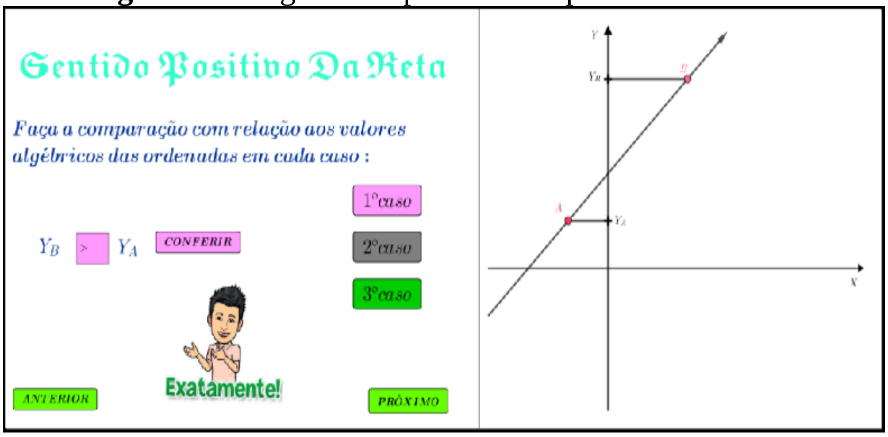
Fonte: Dados da pesquisa

Nesta tarefa não houve entraves por partes dos estudantes, todos resolveram de forma correta, fazendo a conversão do registro gráfico para a língua materna.

5.2 Segunda etapa

Nesta etapa, tínhamos como objetivo proporcionar ao estudante uma visão simultânea do registro algébrico e gráfico da condição que determina o sentido positivo da reta. Em uma das interfaces do *App*, o aluno deveria selecionar um dos três casos dispostos, o que acarretava na exibição do gráfico correspondente. Em seguida, comparar os valores algébricos das ordenadas, inserindo as simbologias de maior (>), menor (<) ou igual (=) com os gráficos correspondentes e clicando no botão “conferir”. Podemos observar a referida situação através da **Figura 29**.

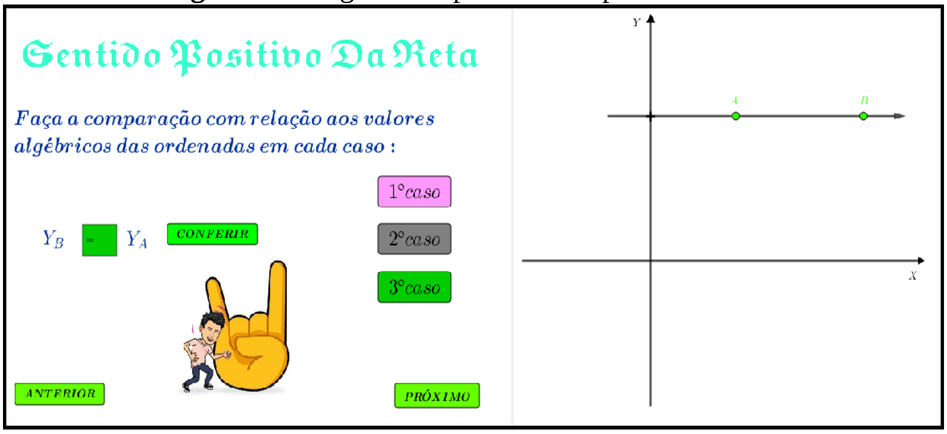
Figura 29 - Segunda etapa - Sentido positivo da reta



Fonte: Software GeoGebra, 2022

Na sequência didática foi apresentado o seguinte questionamento: *O que podemos observar em relação ao sentido positivo da reta e os valores algébricos das ordenadas? Escreva em língua materna a sua justificativa.* Esperava-se que o estudante chegasse à conclusão que o sentido positivo da reta partia do menor valor da ordenada para o maior valor, consequentemente, convertendo a condição do sentido positivo da reta do registro gráfico para a língua materna. Situação esta ilustrada na **Figura 29** e correspondente aos “*1° e 2° caso*”.

Figura 30 - Segunda etapa - Sentido positivo da reta



Fonte: Software GeoGebra, 2022

Com relação ao “3° *caso*”, tínhamos que o sentido da reta, quando a mesma é paralela ao eixo das abcissas, o seu sentido é o mesmo do eixo Ox. Dessa forma, foi apresentado o seguinte questionamento: *O que podemos observar com relação ao sentido positivo da reta quando a mesma é paralela ao eixo Ox? Escreva em língua materna a sua justificativa.*

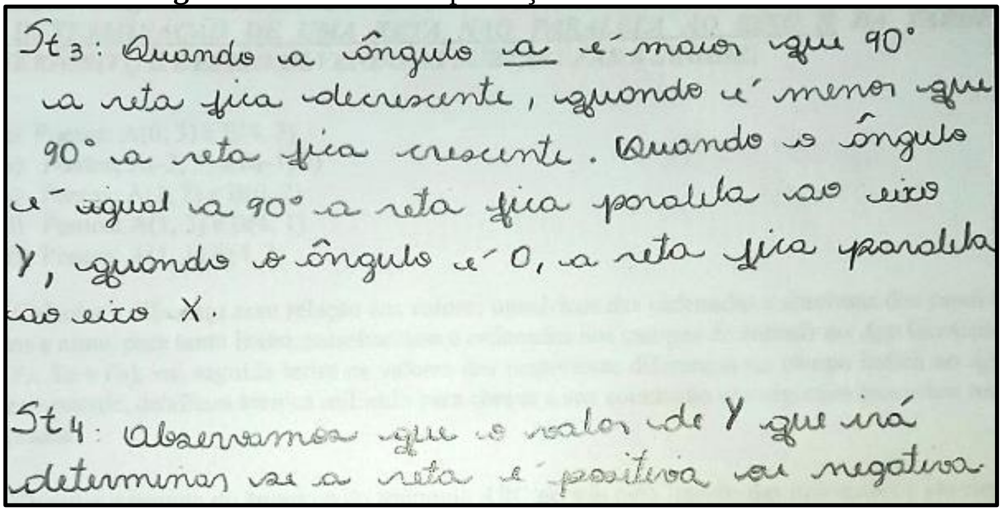
Quadro 3 - Subtarefas 2, 3 e 4

T_1	*DETERMINAR SE UMA RETA ESTÁ PARALELA AO EIXO X, CONSIDERANDO OS PARES DE PONTOS QUE DETERMINAM A MESMA INDICADOS E DESENVOLVENDO AS SEGUINTES SUBTAREFAS QUE SEGUEM:* *a) Pontos: A(0, 3) e B(4, 3)* *b) Pontos: A(-3, 3) e B(-1, 2)* *c) Pontos: A(3, 2) e B(0, 2)* *d) Pontos: A(1, 3) e B(4, 1)* *e) Pontos: A(1, 1) e B(4, 3)*
S_{t_2}	*Comparar os valores das ordenadas representada algebricamente em cada um dos casos (1°, 2° e 3° caso), inserindo as simbologias que representam desigualdade e igual no campo indicado (>, < ou =).*
S_{t_3}	*O que podemos observar com relação ao sentido positivo da reta e os valores algébricos das ordenadas, escreva em língua materna a sua justificativa.*
S_{t_4}	*O que podemos observar com relação ao sentido positivo da reta quando a mesma é paralela ao eixo x, escreva em língua materna a sua justificativa.*

Fonte: Dados da pesquisa

Na S_{t_2} não houve entraves por partes dos estudantes, onde todos resolveram de forma correta, fazendo as devidas conversões do registro gráfico para o algébrico. Já nas subtarefas St_3 e St_4, foram onde os estudantes encontraram maiores dificuldades, uma vez que as mesmas necessitavam da conversão do registro gráfico para a língua materna.

Figura 31 - Recorte da produção efetiva do Estudante 17


St3: Quando o ângulo a é maior que 90° a reta fica decrescente, quando é menor que 90° a reta fica crescente. Quando o ângulo é igual a 90° a reta fica paralela ao eixo Y, quando o ângulo é 0, a reta fica paralela ao eixo X.

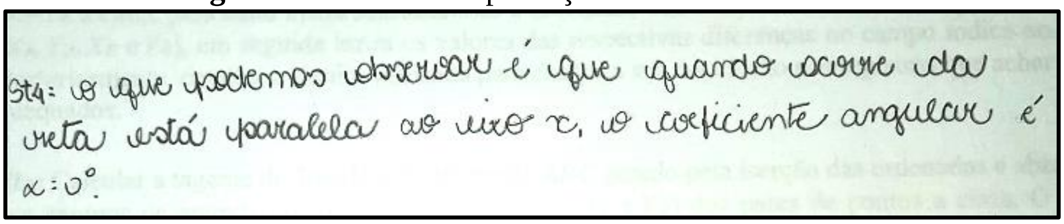
St4: observamos que o valor de Y que irá determinar se a reta é positiva ou negativa

Fonte: Dados da pesquisa

Podemos observar na **Figura 31** a resolução do Estudante 17 com relação às subtarefas St_3 e St_4, o mesmo indicou a associação do sentido positivo da reta com a amplitude do ângulo, mesmo não tendo ângulos representados graficamente no *App*. Na St_4, ele associou o sentido positivo da reta com as ordenadas, porém não concluiu que a mesma partia da menor ordenada para a maior, chegando a conclusão que as ordenadas determinavam se a reta era positiva ou negativa, cometendo assim, erro de conversão do registro gráfico para a língua materna.

Analogamente temos a conclusão do Estudante 12 ilustrada na **Figura 32**, com relação a St_4, o mesmo indica uma associação entre o sentido positivo da reta com o seu coeficiente angular, não fazendo a devida conversão do registro gráfico para a língua materna.

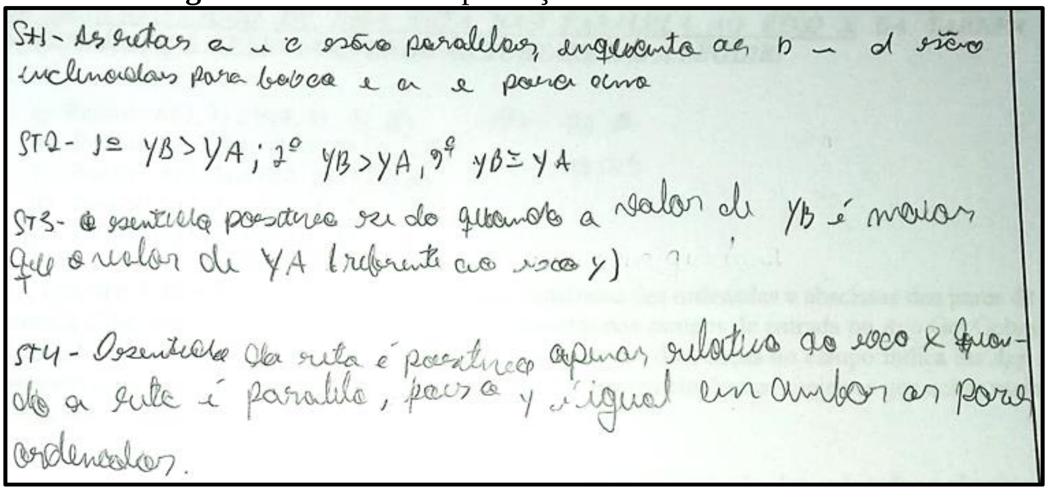
Figura 32 - Recorte da produção efetiva do Estudante 12


St4: o que podemos observar é que quando ocorre da reta está paralela ao eixo x, o coeficiente angular é $\alpha = 0°$.

Fonte: Dados da pesquisa

Temos o recorte da produção efetiva do Estudante 22 na **Figura 33**, o próprio fez a conversão corretamente nas subtarefas St_3 e St_4.

Figura 33 - Recorte da produção efetiva do Estudante 22


St1 - As retas a e c estão paralelas, enquanto as b e d estão inclinadas para baixo e a e para cima

St2 - 1º yB > yA; 2º yB > yA, 3º yB = yA

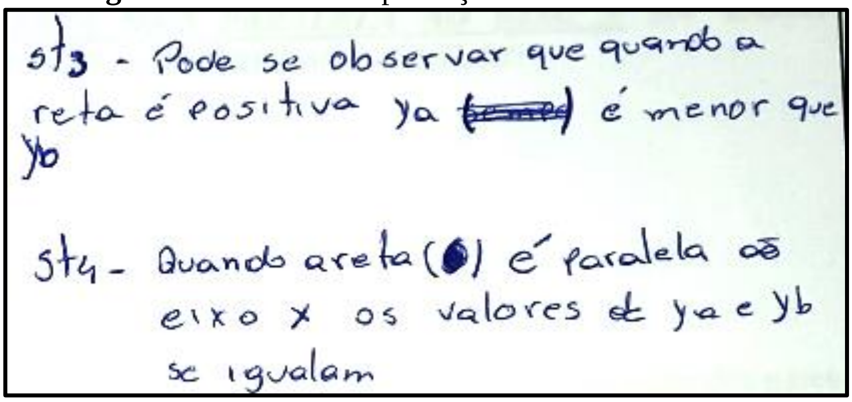
St3 - o sentido positivo se dá quando o valor de yB é maior que o valor de YA (referente ao eixo y)

St4 - O sentido da reta é positivo apenas relativo ao eixo X quando a reta é paralela, pois o y é igual em ambos os pares ordenados.

Fonte: Dados da pesquisa

Na figura **Figura 33** podemos observar que o Estudante 22 fez a conversão do registro gráfico para a língua materna de forma correta, onde o mesmo chegou à conclusão que o sentido positivo da reta parte da menor ordenada para maior ordenada, bem como quando a reta é paralela ao eixo x, que o seu sentido é o mesmo do eixo x. Temos na **Figura 34** a resolução do Estudante 15.

Figura 34 - Recorte da produção efetiva do Estudante 15


st3 - Pode se observar que quando a reta é positiva ya ~~[illegible]~~ é menor que yb

st4 - Quando a reta ( ) é paralela ao eixo x os valores de ya e yb se igualam

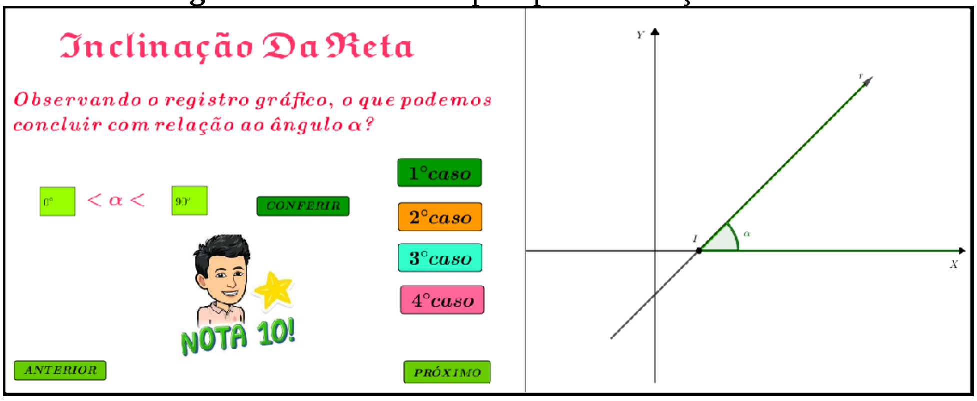
Fonte: Dados da pesquisa

Na **figura 34** o Estudante 12 concluiu de forma correta a resolução da subtarefa St_3, fazendo a conversão necessária corretamente, porém na subtarefa St_4, ele não fez a conversão de forma correta.

5.3 Terceira etapa

Nesta etapa, tínhamos como objetivo proporcionar ao estudante uma visão simultânea através da representação gráfica e algébrica com relação à amplitude do ângulo α, onde esperava-se que o mesmo fosse capaz de determinar, através da comparação utilizando os ângulos $0°, 90°\ e\ 180°$, a amplitude do referido ângulo. Para tal, foi necessário inserir os valores dos ângulos na sua forma numérica e clicar no botão “conferir” para verificar a resposta dada, como mostra a **Figura 35**.

Figura 35 - Terceira etapa tapa - Inclinação da reta



Fonte: Software GeoGebra, 2022

Atrelado a esta etapa do *App*, tínhamos o seguinte direcionamento na sequência didática ilustrada no **Quadro 4**.

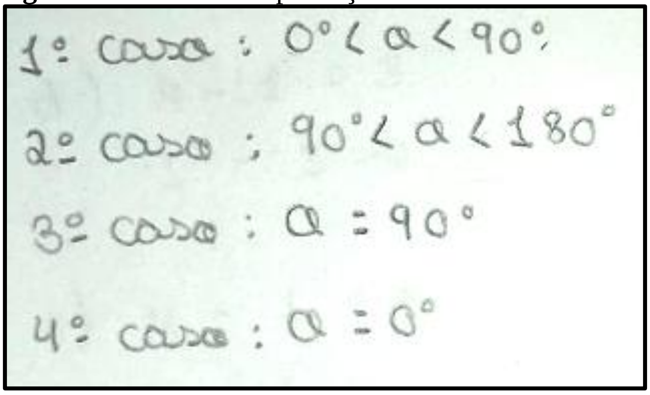
Quadro 4 - Tarefa 2 e subtarefa 1

T_2	*DETERMINAR A AMPLITUDE DE UM ÂNGULO α E DESENVOLVER A SUBTAREFA A SEGUIR:*
S_{t_1}	*Determinar a amplitude do ângulo α fazendo a comparação do mesmo utilizando os ângulos de 0°, 90° e 180° em cada um dos casos (1°, 2°, 3° e 4° caso). Posteriormente, detalhar a técnica utilizada nos registros que achar mais adequados.*

Fonte: Dados da pesquisa

Nesta etapa não houve erros por parte dos estudantes, os mesmos fizeram as devidas conversões do registro gráfico para o algébrico. Podemos observar na **Figura 36** que o Estudante 1 fez a conversão corretamente do registro gráfico para o registro algébrico.

Figura 36 - Recorte da produção efetiva do Estudante 1

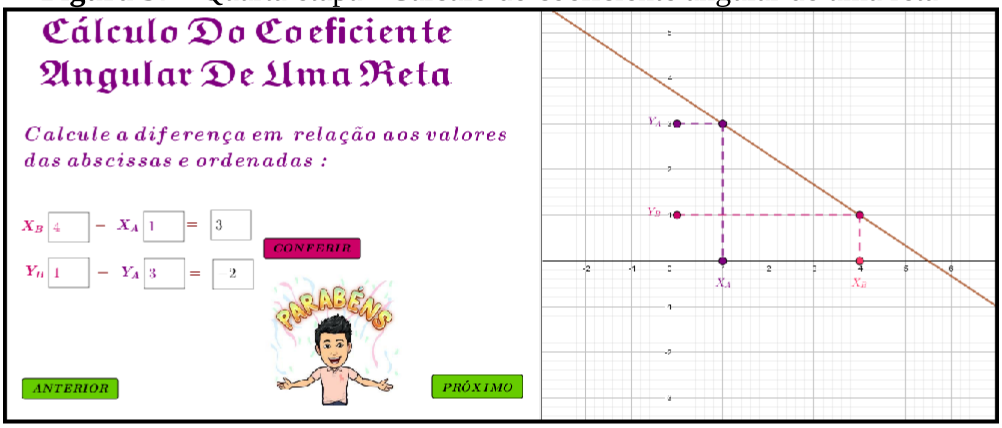


Fonte: Dados da pesquisa

5.4 Quarta etapa

Nesta etapa, ao inserir os valores das abscissas e ordenadas nos campos indicados ($X_A, Y_A,\ X_B$ e Y_B), simultaneamente tínhamos os esboços dos pontos correspondentes com suas respectivas abscissas e ordenadas. Neste sentido, os estudantes precisavam inserir a diferença com relação aos valores numéricos das ordenadas e abscissas dos pares de pontos e verificar a veracidade da resposta através do botão "conferir". Como mostra a **Figura 37**.

Figura 37 - Quarta etapa - Cálculo do coeficiente angular de uma reta



Fonte: Software GeoGebra, 2022

Os valores encontrados correspondem à diferença entre as abscissas e ordenadas, não ao segmento compreendido entre as mesmas, pois independente do sentido positivo da reta, o cálculo do coeficiente angular da reta r que passa por $A(X_A\,, Y_A)\ e\ B(Y_{AB}\,, Y_B)$ pode ser obtido por meio da relação $m_r = \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}$, onde $m_r = tan\ \alpha$. O **Quadro 5** mostra a tarefa e subtarefa relacionadas à etapa do *App*.

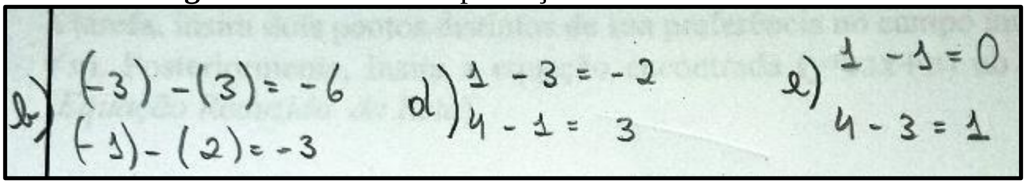
Quadro 5 - Tarefa 3 e subtarefa 1

T_3	*DETERMINAR O COEFICIENTE ANGULAR DE UMA RETA A PARTIR DE DOIS DE SEUS PONTOS, CONSIDERANDO OS PONTOS SEPARADAMENTE QUE ACARRETARAM A DETERMINAÇÃO DE UMA RETA NÃO PARALELA AO EIXO X DA TAREFA ANTERIOR (T_1) E DESENVOLVENDO AS SUBTAREFAS A SEGUIR:* *a) Pontos: A(0, 3) e B(4, 3)* *b) Pontos: A(-3, 3) e B(-1, 2)* *c) Pontos: A(3, 2) e B(0, 2)* *d) Pontos: A(1, 3) e B(4, 1)* *e) Pontos: A(1, 1) e B(4, 3)*
S_{t_1}	*Calcular a diferença com relação aos valores numéricos das ordenadas e abscissas dos pares de pontos acima, para tanto insira suas abscissas e ordenadas nos campos de entrada no App GeoGebra (*$X_A, Y_A,\ X_B$ e Y_B*), em seguida insira os valores das respectivas diferenças no campo indicado no App. Posteriormente, detalhar a técnica utilizada para chegar a sua conclusão nos registros que achar mais adequados.*

Fonte: Dados da pesquisa

O interesse aqui, foi estimular o estudante a encontrar o coeficiente angular da reta através do cálculo número utilizando os pares ordenados, bem como através da representação gráfica, extraindo as informações do triângulo formado pela inserção dos pontos. Como já mencionado, os valores encontrados correspondem à diferença entre as abscissas e ordenadas, não ao segmento compreendido entre as mesmas, pois independente do sentido positivo da reta, o cálculo do coeficiente angular da reta r, que passa por $A(X_A\,, Y_A)\ e\ B(Y_B\,, Y_B)$ pode ser obtido por meio da relação $m_r = \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}$, onde $m_r = tan\ \alpha$. Neste sentido, um estudante teve algum tipo de entrave com relação à atividade cognitiva de formação, que diz respeito a regras e característica do conceito envolvido. Na **Figura 38** temos o recorte da produção do Estudante 26.

Figura 38 - Recorte da produção efetiva do Estudante 26



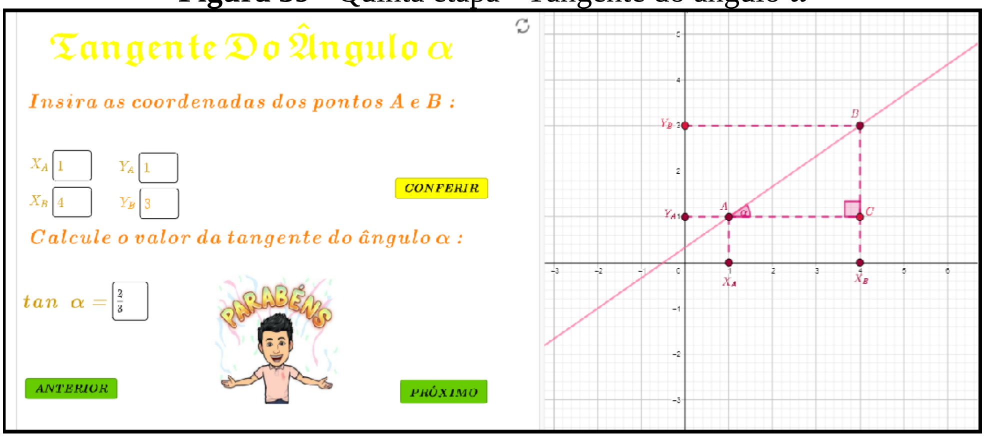
Fonte: Dados da pesquisa

O Estudante 26 desenvolveu o cálculo numérico de forma equivocada, subtraindo os valores das abscissas e ordenadas de cada ponto, ou seja, $(X_A - Y_A)$ e $B(Y_B - Y_B)$, onde o mesmo deveria tratar da seguinte maneira $(X_B - X_A)$ e $(Y_B - Y_A)$, como mostrar o aplicativo.

5.5 Quinta etapa

Nesta etapa, ao inserir os valores das abscissas e ordenadas nos campos indicados (X_A, Y_A, X_B e Y_B), simultaneamente tínhamos o esboço do triângulo ABC, bem como do ângulo α. Foi solicitado o cálculo da tangente do ângulo α do triângulo ABC gerado pela inserção das ordenadas e abscissas nos campos de entrada no *App GeoGebra*, bem como o valor numérico da tangente no campo indicado "$tg\ \alpha$". Nossa expectativa era que o estudante, ao observar a representação gráfica da reta, conseguisse extrair informações com relação aos lados do triângulo, tais como cateto oposto e cateto adjacente a fim de calcular o valor do coeficiente angular da reta sem o triângulo em destaque.

Figura 39 - Quinta etapa - Tangente do ângulo α



Fonte: Software GeoGebra, 2022

Atrelado à etapa em questão, tínhamos os seguintes direcionamentos na sequência didática ilustrada no **Quadro 6**.

Quadro 6 - Tarefa 3 e subtarefa 2

$\boldsymbol{T_3}$	*DETERMINAR O COEFICIENTE ANGULAR DE UMA RETA A PARTIR DE DOIS DE SEUS PONTOS, CONSIDERANDO OS PONTOS SEPARADAMENTE QUE ACARRETARAM A DETERMINAÇÃO DE UMA RETA NÃO PARALELA AO EIXO X DA TAREFA ANTERIOR (*$\boldsymbol{T_1}$*) E DESENVOLVENDO AS SUBTAREFAS A SEGUIR:* *a) Pontos: A(0, 3) e B(4, 3)* *b) Pontos: A(-3, 3) e B(-1, 2)* *c) Pontos: A(3, 2) e B(0, 2)* *d) Pontos: A(1, 3) e B(4, 1)* *e) Pontos: A(1, 1) e B(4, 3)*
$\boldsymbol{S_{t_2}}$	*Calcular a tangente do ângulo* α *do triângulo* ABC *gerado pela inserção das ordenadas e abscissas nos campos de entrada no App GeoGebra* ($X_A, Y_A,\ X_B$ e Y_B)*. O valor numérico da tangente deve ser inserido no campo indicado no App GeoGebra* $tg\ \alpha$*. Posteriormente, detalhar a técnica utilizada para chegar a sua conclusão nos registros que achar mais adequados*

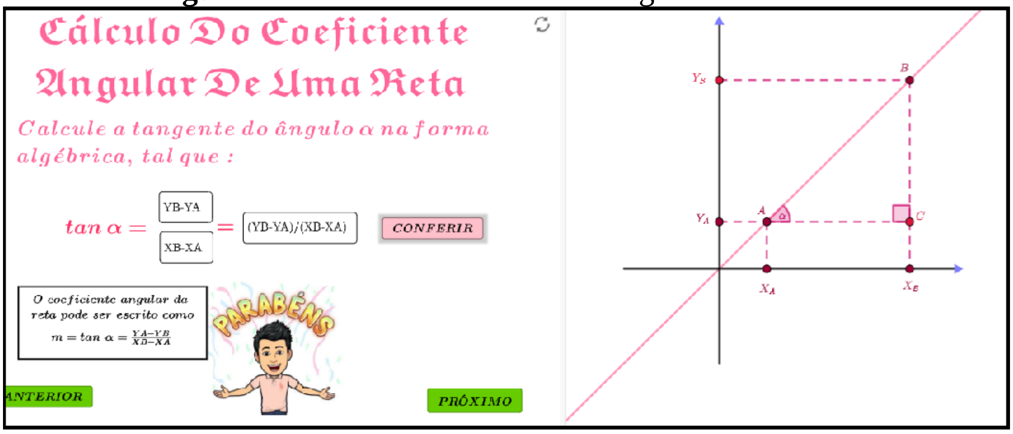
Fonte: Dados da pesquisa

Nesta tarefa, alguns estudantes encontraram dificuldades com relação ao pré-requisito relações trigonométricas no triângulo retângulo, uma vez que se fazia necessário para encontrar o valor da tangente. Para executar a referida tarefa, foi necessário uma revisão, pois grande parte dos estudantes não lembravam o conteúdo. Após a revisão, os mesmo não encontram dificuldades para resolver a subtarefa que contava com o cálculo da tangente.

5.6 Sexta etapa

Nesta etapa do *App*, temos como registro de partida o registro gráfico, apresentando certas características necessárias para que o estudante determinasse a tangente do triângulo ABC na sua forma algébrica, proporcionando mobilização de regras de conformidade no registro em questão. O objetivo aqui foi focar nas atividades cognitivas de conversão entre os registros de representação gráfico e algébrico. Para tal, era necessário inserir a medida dos catetos do triângulo e o quociente que representava o valor da tangente nos campos indicados no *App GeoGebra* como mostra a **Figura 40**.

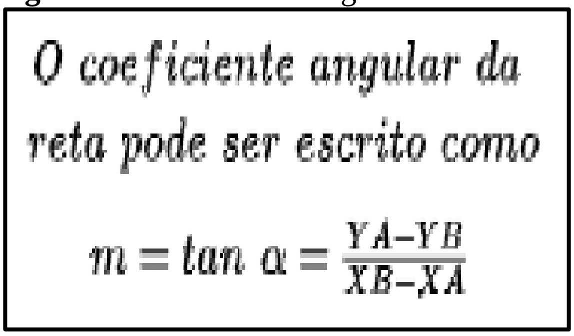
Figura 40 - Cálculo do coeficiente angular de uma reta



Fonte: Software GeoGebra, 2022

Nesta tarefa os estudantes não encontraram dificuldades para fazer a conversão da tangente da representação gráfica para a algébrica. Ao conferir a questão e acertando a resposta, uma mensagem necessária para a próxima etapa era exibida na interface do *App* (**Figura 41)**.

Figura 41 - Coeficiente angular de uma reta



Fonte: Software GeoGebra, 2022

Na próxima etapa, se fazia necessário substituir o valor da tangente por m, para dedução da fórmula da equação reduzida da reta na sua forma algébrica. Como mostra a **Figura 41.**

Quadro 7 - Tarefa 3 e subtarefa 3

$\boldsymbol{T_3}$	*DETERMINAR O COEFICIENTE ANGULAR DE UMA RETA A PARTIR DE DOIS DE SEUS PONTOS, CONSIDERANDO OS PONTOS SEPARADAMENTE QUE ACARRETARAM A DETERMINAÇÃO DE UMA RETA NÃO PARALELA AO EIXO X DA TAREFA ANTERIOR (* $\boldsymbol{T_3}$*) E DESENVOLVENDO AS SUBTAREFAS A SEGUIR:* *a) Pontos: A(0, 3) e B(4, 3)* *b) Pontos: A(-3, 3) e B(-1, 2)* *c) Pontos: A(3, 2) e B(0, 2)* *d) Pontos: A(1, 3) e B(4, 1)* *e) Pontos: A(1, 1) e B(4, 3)*
$\boldsymbol{S_{t_3}}$	*Calcular a tangente do ângulo* α *do triângulo* ABC *com as ordenadas e abscissas nas suas respectivas formas algébricas. Indicar a medida dos catetos do triângulo e quociente que representam o valor da tangente nos campos indicados no App GeoGebra. Posteriormente, detalhar a técnica utilizada para chegar a sua conclusão nos registros que achar mais adequados.*

Fonte: Dados da pesquisa

Com relação a subtarefa 3, temos a resolução do Estudante 13, ilustrada na **Figura 42.**

Figura 42 - Recorte da produção efetiva do Estudante 13

$$m = \tan \alpha = \frac{yA - yB}{xB - xA}$$

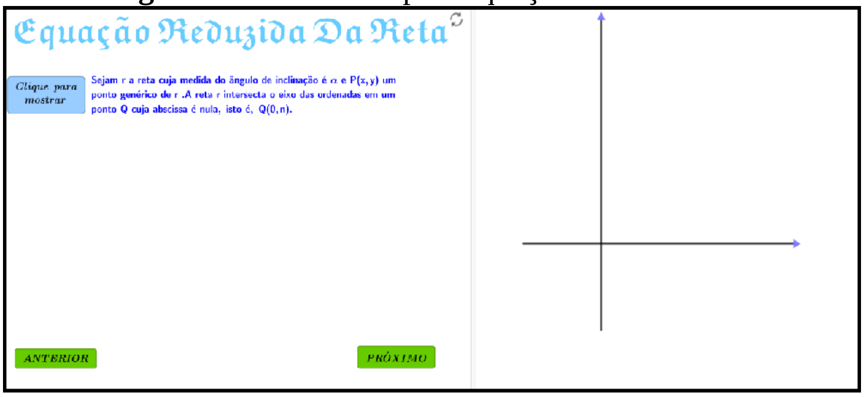
Fonte: Dados da pesquisa

Podemos observar que o Estudante 13 resolveu a tarefa corretamente, fazendo a conversão do registro gráfico para a representação algébrica.

5.7 Sétima etapa

Nesta tarefa tínhamos o objetivo de determinar a equação reduzida da reta que passa por dois pontos distintos $P\ (x, y)$ e $Q\ (0, n)$ na forma algébrica. Para executá-la, primeiramente foi solicitado que os estudantes clicassem no botão "*clique para mostrar*" para visualizar o gráfico através da representação gráfica como mostra a **Figura 43**.

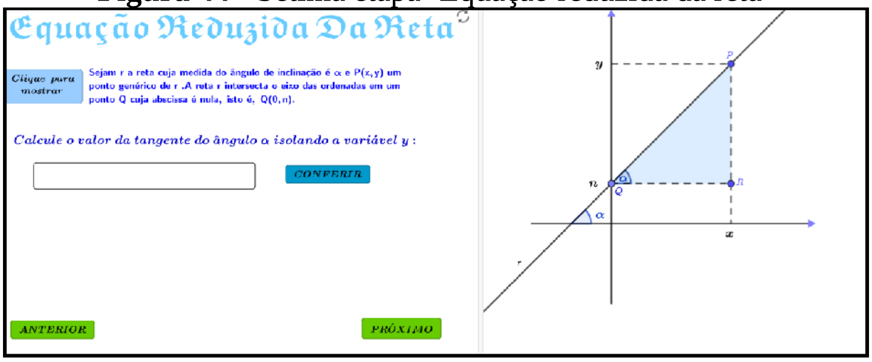
Figura 43 - Sétima etapa - Equação reduzida da reta



Fonte: Software GeoGebra, 2022

Ao clicar no botão indicado, tínhamos o gráfico de uma reta com seus elementos na forma algébrica como mostra a **Figura 44** .

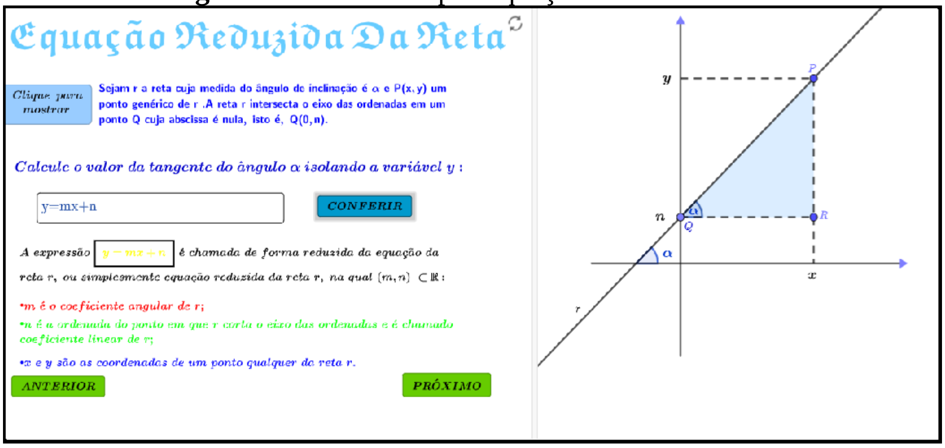
Figura 44 - Sétima etapa- Equação reduzida da reta



Fonte: Software GeoGebra, 2022

Esperava-se que os estudantes fossem capazes de calcular o valor da tangente do ângulo α do triângulo QRP (**Figura 44**) e inserir o respectivo valor da mesma na sua forma algébrica isolando a variável y no campo indicado. Ao conferir a resposta e estando ela certa, a tela de visualização do *App* exibe as informações com relação aos elementos do objeto matemático equação reduzida da reta, representada algebricamente por $\boldsymbol{y = mx + n}$, como mostra a **Figura 45.**

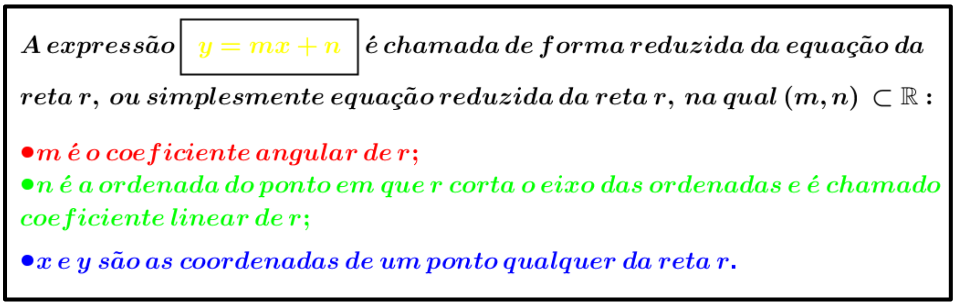
Figura 45 - Sétima etapa- Equação reduzida da reta



Fonte: Software GeoGebra, 2022

A **Figura 46** corresponde às informações exibidas pelo *App* ao inserir a representação algébrica da equação reduzida da reta corretamente.

Figura 46 - Sétima etapa- Elementos da equação reduzida da reta



A expressão $\boxed{y = mx + n}$ *é chamada de forma reduzida da equação da reta r, ou simplesmente equação reduzida da reta r, na qual* $(m, n) \subset \mathbb{R}$:

- *m é o coeficiente angular de r;*
- *n é a ordenada do ponto em que r corta o eixo das ordenadas e é chamado coeficiente linear de r;*
- *x e y são as coordenadas de um ponto qualquer da reta r.*

Fonte: Dados da pesquisa

Sendo assim, a etapa focava na atividade cognitiva de conversão, possibilitando mobilizações entre os registros algébricos, gráficos e língua materna através das informações com relação aos elementos que constituem a equação reduzida da reta na sua forma algébrica e gráfica. Essa situação está em correspondência com a tarefa apresentada no **Quadro 8.**

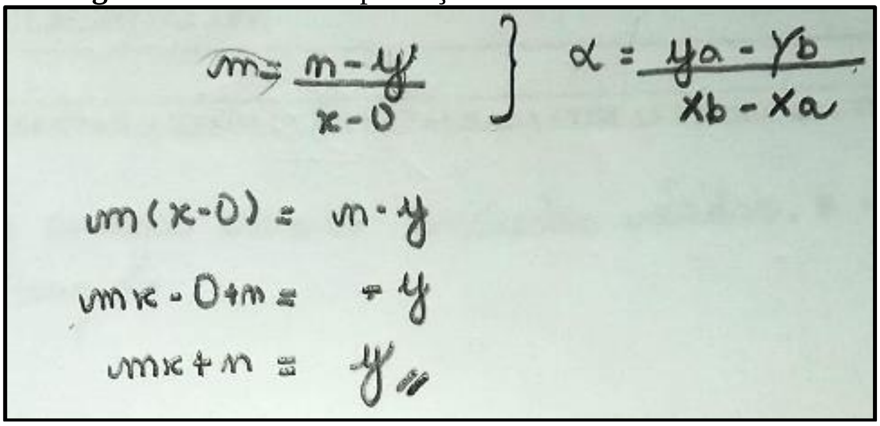
Quadro 8 - Tarefa 4 e subtarefa 1

T_4	*DETERMINAR A EQUAÇÃO GERAL DA RETA QUE PASSA POR DOIS PONTOS DISTINTOS*
S_{t_1}	*Determinar a equação reduzida da reta que passa por dois pontos distintos* $P(x, y)$ *e* $Q(0, n)$. *Para executar a tarefa, clique no botão "clique para mostrar" para visualizar o gráfico no App. Posteriormente, calcular a tangente do ângulo α do triângulo\ QRP e inserir o respectivo valor da tangente na sua forma algébrica isolando a variável y. Posteriormente, detalhar a técnica utilizada para chegar a sua conclusão nos registros que achar mais adequados.*

Fonte: Dados da pesquisa

Pouco estudantes conseguiram chegar a esta etapa, pois como já relatado, o tempo foi restrito devido ao entrave encontrado, porém os que conseguiram chegar a referida etapa, feziram a conversão corretamente da equação reduzida da reta da representação gráfica para a algébrica.

Figura 47- Recorte da produção efetiva do Estudante 18



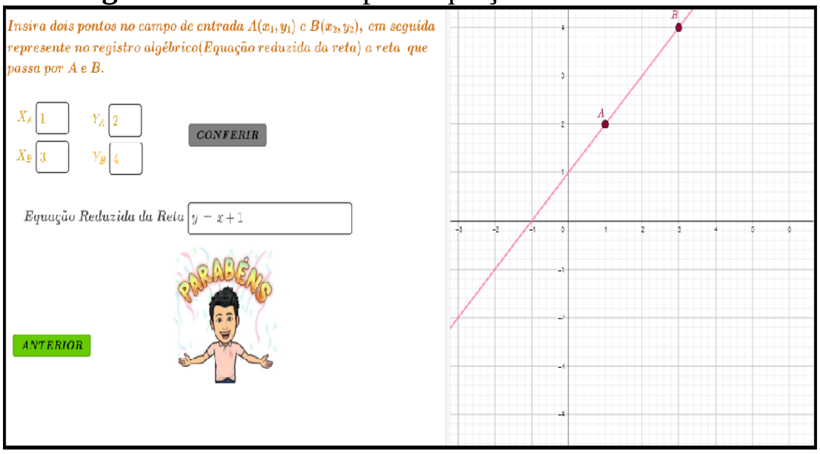
Fonte: Dados da pesquisa

Na **Figura 47** temos a resolução do Estudante 18, que ao observar a equação reduzida através da representação gráfica, com os elementos da reta nas suas respectivas representações algébricas, conseguiu fazer a conversão entre os dois registros de representação, do gráfico para o algébrico.

5.8 Oitava etapa

Na última etapa, tínhamos uma tarefa específica com relação ao objeto matemático de estudo, onde o objetivo era focar na atividade cognitiva de conversão verificando se os estudantes conseguiam chegar à equação reduzida da reta através da inserção de dois pontos escolhidos pelos mesmos. Interface da etapa 8 ilustrada **na Figura 49.**

Figura 48 - Oitava etapa - Equação reduzida da reta



Fonte: Software GeoGebra, 2022

Atrelado à etapa em questão, tínhamos os seguintes direcionamentos na sequência didática ilustrado no **Quadro 8**.

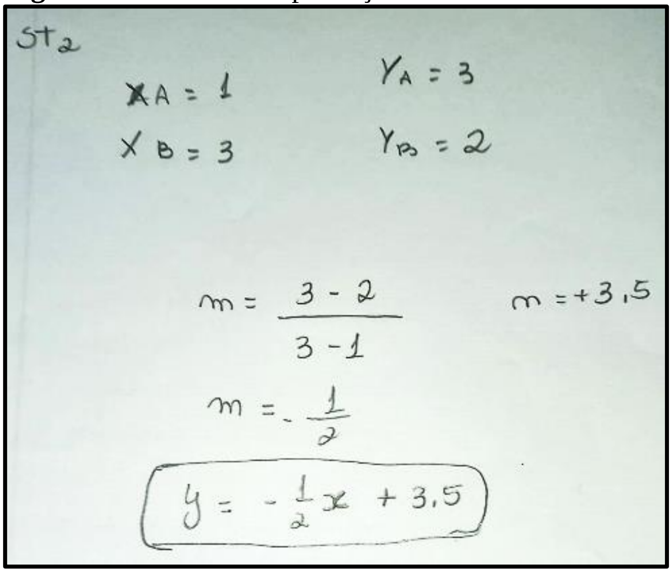
Quadro 8 - Tarefa 4 e subtarefa 2

T_4	*DETERMINAR A EQUAÇÃO GERAL DA RETA QUE PASSA POR DOIS PONTOS DISTINTOS*
S_{t_1}	*Determinar a equação reduzida da reta que passa por dois pontos distintos* ($y = mx + n$)*. Para executar a tarefa, insira dois pontos distintos de sua preferência no campo indicado no App GeoGebra* (X_A, Y_A, X_B e Y_B)*. Posteriormente, insira a equação encontrada* ($y = mx + n$) *no campo indicado no App GeoGebra (Equação Reduzida da Reta).*

Fonte: Dados da pesquisa

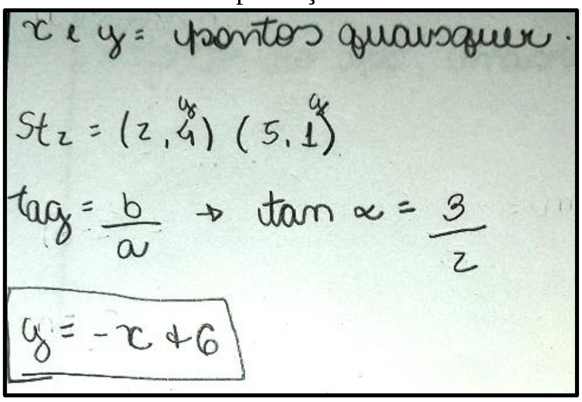
Nesta etapa em questão, os que conseguiram efetuar a subtarefa anterior não tiveram dificuldades, os mesmo fizeram corretamente a conversão do registro gráfico para a representação algébrica dos pares de pontos indicados. Nas **Figuras 49 e 50** podemos observar as resoluções dos estudantes 9 e 12, respectivamente.

Figura 49 - Recorte da produção efetiva do Estudante 09



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 50 - Recorte da produção efetiva do Estudante 12



Fonte: Dados da pesquisa

Os Estudantes 09 e 12 fizeram corretamente a conversão do registro gráfico para o registro algébrico, desenvolvendo a atividade cognitiva de conversão corretamente.

Dando continuidade às análises dos resultados, podemos verificar os principais entraves nas atividades cognitivas ligadas às mobilizações semioses dos registros pelos estudantes, como mostra o **Quadro 09**.

Quadro 9 - Número de dificuldades detectadas nas atividades cognitivas

ATIVIDADE COGNITIVA	FORMAÇÃO	CONVERSÃO	TRATAMENTO
$T_1 \rightarrow S_{T_1}$	-------------	$R_G \rightarrow L_M$:0	----------------
$T_1 \rightarrow S_{T_2}$	R_N:1	$R_G \rightarrow R_A$:1	R_N:0
$T_1 \rightarrow S_{T_3}$	-------------	$R_G \rightarrow L_M$:12	----------------
$T_1 \rightarrow S_{T_4}$	-------------	$R_G \rightarrow L_M$:11	----------------
$T_2 \rightarrow S_{T_1}$	R_A:0	$R_G \rightarrow R_A$:0	R_A:0
$T_3 \rightarrow S_{T_1}$	R_N:1	$R_G \rightarrow R_N$:0	R_N:2
$T_3 \rightarrow S_{T_2}$	R_A:0	$R_G \rightarrow R_N$:0	R_N:0
$T_3 \rightarrow S_{T_3}$	R_A:0	$R_G \rightarrow R_A$:0	R_A:0
$T_4 \rightarrow S_{T_1}$	R_A:1	$R_G \rightarrow R_A$:0	R_A:1
$T_4 \rightarrow S_{T_2}$	R_A:0	$R_G \rightarrow R_A$:0	R_A:0

Fonte: Dados da pesquisa

No **quadro 09** trazemos algumas abreviações correspondentes aos registros de representações, sendo elas registro gráfico(R_G), registro algébrico (R_A), registro numérico (R_N) e língua materna (L_M). Além dos registros, temos a atividade cognitiva de conversão, representada pela abreviação ($R_G \rightarrow R_{A\ ou\ N\ ou}\ L_M$). Neste caso trata-se da conversão do registro gráfico para o algébrico.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Buscamos estabelecer uma pesquisa em relação ao processo de aprendizagem do estudo do objeto matemático equação geral da reta, no curso do 4° ano de edificações, com a utilização de um modelo de minha autoria desenvolvido no *software GeoGebra*. Nesta perspectiva, buscamos analisar, sob olhar da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, as operações semióticas, mais especificamente tratamento, formação e conversão desenvolvidos pelos participantes da pesquisa nas mobilizações do referido objeto de estudo.

Ao analisar as respostas dos estudantes através dos dados coletados via sequência didática, foi possível observar uma certa dificuldade ao realizar a conversão do registro gráfico para a língua materna, além de alguns entraves relacionados à cálculos numéricos, no que diz respeito à atividade cognitiva de tratamento. Acredito que os erros de conversão estão ligados às diversidades de registros, o que pode ter acarretado na confusão das representações, onde o estudante confunde o objeto com sua representação, uma vez que muitos associaram a inclinação da reta com o seu crescimento e decrescimento.

Foi perceptível também a dificuldade de alguns participantes com relação à atividade cognitiva formação, uma vez que alguns não usaram regras e características do conceito envolvido, mais especificamente as razões trigonométricas no triângulo retângulo.

Ainda diante do que foi exposto, tivemos alguns entraves com relação a aplicação da oficina que comprometeram o desenvolvimento da mesma, são eles os entraves tecnológicos e o tempo para aplicação da mesma, uma vez que o tempo disponível era restrito.

Outro ponto que mereceu destaque, foi o fato de os participantes da pesquisa que finalizaram as etapas do dispositivo conseguiram deduzir a equação reduzida da reta através da atividade cognitiva de conversão, transitando ao menos entre dois registros distintos, como ressalta Duval (2009).

REFERÊNCIAS

ALLAN, Luciana. **Escola.com.** 1. Ed. Barueri, SP: Figurati, 2015;

ALLEVATO, N.S.G. Associando o computador à resolução de problemas fechados**: Análise de uma experiência**. Tese de Doutorado. Universidade Estadual Paulista UNESP, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, São Paulo, SP, 2005;

ANDRADE, Luísa Silva. Registros de representação semiótica e o estudo de funções. **XIII CIAEM-IACME**, 2011. Disponível em: < https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1010/283 >. Acesso em: 02/04/2022;

BERND, Arthur Barcellos. Registros de Representações Semióticas e a utilização de ambiente de geometria dinâmica na aprendizagem de conceitos de Geometria Analítica. **CINTED-UFRGS**, 2016. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/renote/article/viewFile/70663/40100>. Acesso em: 09/03/2022;

COSTA, Claudilene Gomes. **A utilização da gamificação e GeoGebra como recurso metodológico no processo de aprendizagem da trigonometria**. Escola em tempos de conexões – conedu, rio Tinto (PB), 2021. Disponível em: < https://editorarealize.com.br/editora/ebooks/conedu/2021/ebook1/TRABALHO_EV150_MD7_SA100_ID6183_01112021164857.pdf>. Acesso em: 09/04/2022;

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio**: Matemática/ Secretaria da Educação Fundamental. – Brasília: MEC/ SEF, 2000. p 124;

DUVAL R, **Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**, Peter Lang, 1995;

HENRIQUES, A; ALMOULOUD, S. Ag. **Teoria dos Registros de Representação Semiótica em Pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: Uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple**. Revista Ciência &Educação da UNES, Bauru (SP), 2016;

Matemática : ciência e aplicações, volume 3 : **ensino médio** / Gelson Iezzi. . . (et. al.] . – 9. ed. – São Paulo : Saraiva, 2016.

MELLO, TAINÁ KRONBAUER. Tecnologias de informação e comunicação na Formação de professores de matemática: análise de Artigos apresentados no xii encontro nacional de **Matemática: ciências e aplicações**, volume 3: ensino médio / Gelson Iezzi...(et.al.).-9.ed. –São Paulo: Saraiva, 2016;

MONTEIRO, Deiky Lorhan Meira Santos. **FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS E MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES: Estudos Integrados com o software GeoGebra à luz da Teoria dos Registros de Representações Semióticas.** 2019. 91 f. TCC - Departamento de Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia, 2019.

MORETTI, Méricles Thadeu. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **PERIODICOS**, 2012. Disponível em: < https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266/23465> . Acesso em: 15/04/2022;

______. **Semiótica. Tradução de J. T. Coelho Netto**. São Paulo: Perspectiva, 2000;

______. **Semiótica**. 2ª ed., São Paulo: Perspectiva, 1995;

PEIRCE, C. S. **Logic as semiotic: The theory of signs**. Philosophical writings of Peirce, p. 100, 1902;

SANTANA, Maria S; FONSECA, Francisca S . O desafio do educador frente à utilização das novas tecnologias. **EDITORAREALIZE**, 2019. Disponível em: < https://editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2019/TRABALHO_EV127_MD1_SA19_ID8152_02102019191935.pdf>. Acesso em: 20/11/2021;

SANTOS, Adriana Tiago Castro. **Caminhos e percursos da Geometria Analítica: estudo histórico e epistemológico**. I CEMACYC, São Paulo (SP), 2013;

SILVA, Carolina Ferreira; BISOGNIN, Vanilde. **Teoria de registros de representações semióticas e sistemas lineares: contribuições de uma sequência didática, Florianópolis**. Revista Eletrônica de Educação Matemática – REVEMAT, Florianópolis (SD), 2021.

WANNER, MCA. Uma reflexão sobre a filosofia de C. S. Peirce. **BOOKSSCIELO, 2010**. Disponível:

<https://books.scielo.org/id/296z5/pdf/wanner-9788523208837-03.pdf>. Acesso em: 20/04/2022.

7 APÊNDICE I - SEQUÊNCIA DIDÁTICA

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
BAHIA
Campus Eunápolis

DISPOSITIVO DINÂMICO PARA DESENVOLVIMENTO DE CONHECIMENTOS LIGADOS AO OBJETO MATEMÁTICO EQUAÇÃO RDUZIDA DA RETA UTILIZANDO OAMBIENTE COMPUTACIONAL GEOGEBRA

PROFESSOR RESIDENTE: *Eric Oliveira santos* **DATA:**_____/_____/2022

TURMA: *ED41*

ALUNO(A):____

<u>Instruções:</u>

- *Observar e utilizar o App, intitulado* APLICATIVO DINÂMICO REFERENTE AO ESTUDO DE EQUAÇÃO REDUZIDA DA RETA*, criado no GeoGebra e realizar, cuidadosamente, as tarefas apresentadas a seguir;*
- *O tempo máximo para realizar as tarefas é de 100 minutos.*

T_1: DETERMINAR SE UMA RETA ESTÁ PARELALA AO EIXO X, CONSIDERANDO OS PARES DE PONTOS QUE DETERMINAM A MESMA INDICADOS E DESENVOLVENDO AS SEGUINTES SUBTAREFAS QUESEGUEM:

a) Pontos: A(0, 3) e B(4, 3)
b) Pontos: A(-3, 3) e B(-1, 2)
c) Pontos: A(3, 2) e B(0, 2)
d) Pontos: A(1, 3) e B(4, 1)
e) Pontos: A(1, 1) B(4, 3)

St_1: Verificar se a reta gerada pelos pares de pontos a cima é paralela ao eixo x, inserindo os mesmos nos campos indicados no *App* GeoGebra (X_A, Y_B, X_B e Y_B).

St_2: Comparar os valores das ordenadas representada algebricamente em cada um dos casos (1°, 2° e 3° caso), inserindo as simbologias que representam desigualdade e igual no campo indicado (>, < ou =).

St_3: O que podemos observar com relação ao sentido positivo da reta e os valores algébricos das ordenadas, escreva em língua materna a sua justificativa.

St_4: O que podemos observar com relação ao sentido positivo da reta quando a mesma é paralela ao eixo x, escreva em língua materna a sua justificativa.

APRESENTAR A RESOLUÇÃO DETALHADA COM AS TÉCNICAS UTILIZADAS NA T_1

T_2: DETERMINAR A AMPLITUDE DE UM ÂNGULO α E DESENVOLVER A SUBTAREFA A SEGUIR:

St_1: Determinar a amplitude do ângulo α fazendo a comparação do mesmo utilizando os ângulos de 0°, 90° e 180° em cada um dos casos (1°, 2°, 3° e 4° caso). Posteriormente, detalhar a técnica utilizada nos registros que achar mais adequados.

APRESENTAR A RESOLUÇÃO DETALHADA COM AS TÉCNICAS UTILIZADAS NA T_2

T_3: DETERMINAR O COEFICIENTE ANGULAR DE UMA RETA A PARTIR DE DOIS DE SEUS PONTOS, CONSIDERANDO OS PONTOS SEPARADAMENTE <u>QUE ACARRETARAM NA DETERMINAÇÃO DE UMA RETA NAO PARALELA AO EIXO X</u> DA TAREFA ANTERIOR(T_1) E DESENVOLVENDO AS SUBTAREFAS A SEGUIR:

a) Pontos: A(0, 3) e B(4, 3)
b) Pontos: A(-3, 3) e B(-1, 2)
c) Pontos: A(3, 2) e B(0, 2)
d) Pontos: A(1, 3) e B(4, 1)
e) Pontos: A(1, 1) B(4, 3)

St_1: Calcular a diferença com relação aos valores numéricos das ordenadas e abscissas dos pares de pontos acima, para tanto insira suas abscissas e ordenadas nos campos de entrada no App GeoGebra ($X_A, Y_A,\ X_B$ e Y_B), em seguida insira os valores das respectivas diferenças no campo indica no App. Posteriormente, detalhar a técnica utilizada para chegar a sua conclusão nos registros que achar mais adequados.

St_2: Calcular a tangente do ângulo α do triângulo ABC gerado pela inserção das ordenadas e abscissas nos campos de entrada no App GeoGebra ($X_A, Y_A,\ X_B$ e Y_B). O valor numérico da tangente deve ser inserido no campo indicado no App GeoGebra $\text{tg}\,\alpha$. Posteriormente, detalhar a técnica utilizada para chegar a sua conclusão nos registros que achar mais adequados.

St_3: Calcular a tangente do ângulo α do triângulo ABC com as ordenadas e abscissas nas suas respectivas formas algébricas. Indicar a medida dos catetos do triângulo e quociente que representam o valor da tangente nos campos indicados no App GeoGebra. Posteriormente, detalhar a técnica utilizada para chegar a sua conclusão nos registros que achar mais adequados.

APRESENTAR A RESOLUÇÃO DETALHADA COM AS TÉCNICAS UTILIZADAS NA T_3

T_4: DETERMINAR A EQUAÇÃO GERAL DA RETA QUE PASSA POR DOIS PONTOS DISTINTOS:

St_1.: Determinar a equação reduzida da reta que passa por dois pontos distintos $P(x, y)$ e $Q(0, n)$.

Para executar a tarefa, clique no botão “clique para mostrar” para visualizar o gráfico no App. Posteriormente, calcular a tangente do ângulo α do triângulo QRP e inserir o respectivo valor da tangente na sua forma algébrica isolando a variável y. Posteriormente, detalhar a técnica utilizada para chegar a sua conclusão nos registros que achar mais adequados.

$\boldsymbol{St}$2.: Determinar a equação reduzida da reta que passa por dois pontos distintos ($y = mx + n$). Para executar a tarefa, insira dois pontos distintos de sua preferência no campo indicado no App GeoGebra ($X_A, Y_A,\ X_B$ e Y_B). Posteriormente, insira a equação encontrada ($y = mx + n$) no campo indicado no App GeoGebra (Equação Reduzida da Reta).

APRESENTAR A RESOLUÇÃO DETALHADA COM AS TÉCNICAS UTILIZADAS NA T_4

T_4: DESCREVER, NA LÍNGUA MATERNA, AS DIFICULDADES ENCONTRADAS DURANTE A EXECUÇÃO DAS TAREFAS 1, 2, 3 e 4 INCLUSIVE RELATIVAS A MANIPULAÇÃO DO APP.

APRESENTAR A RESOLUÇÃO DETALHADA COM AS TÉCNICAS UTILIZADAS NA T_4